UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Instituto de Física de São Carlos

Av. Trabalhador São Carlense, 400 Centro
CEP. 13566-590 - Cx. Postal 369 - CEP 13.560 - 970
São Carlos - SP
Brasil

Laboratórios de Ensino

IFSC/USP São Carlos

FFI-181 - LABORATÓRIO DE FÍSICA GERAL I

Práticas

1ª Prática**: Instrumentos de Medida**

2ª Prática: **Construção de Tabelas e Gráficos - Lei de Hooke**

3ª Prática: **Movimento Unidimensional - Método dos Mínimos Quadrados**

4ª Prática: **Estática**

5ª Prática: **Conservação da Energia - Sistema massa-mola**

6ª. Prática: **Choques Unidimensionais**

Volume 1

Editado no Lab. de Ensino, impresso e
encadernado no Setor Gráfico do IFSC - USP
Tiragem: 500 cópias.

20ª edição
(1ª edição em 01/92)
2008

Ao escrever ou compilar este conjunto de apostilas não tive como intenção originalidade, mas apresentar de forma didática e sucinta ao estudante assuntos que, apesar de muitas vezes monótonos, são importantes para quem vai trabalhar com ciências exatas: métodos de medidas de grandezas físicas e entender um pouco mais de física para saber como funciona este mundo impregnado de tecnologia, a qual é indispensável ao bem estar do ser humano [1].

Ao efetuar este trabalho me baseei em apostilas e práticas escritas por outros professores, tais como: Renê A. Carvalho, Horácio C. Panepucci, Otaciro R. Nascimento, Roberto M. Faria, Maria C. Terrile , Rosemary Sanches, José P. Donoso, Cláudio J. Magon, Dietrich Schiel, Mariangela T. Tassinari, Máximo Siu Li, Valmor R. Mastelaro e outros que não consegui identificar.

A bibliografia indicada no final de cada apostila não foi somente consultada, alguns trechos foram praticamente copiados e outros simplesmente adaptados.

É importante ressaltar que as introduções teóricas sucintas presentes neste conjunto de apostilas, as quais servem apenas de roteiro de estudo, não devem de forma alguma substituir os livros tradicionais de física que tratam sobre o mesmo assunto, obviamente eles são mais completos. A tentativa de ser sucinto leva a simplificações que deformam a formação do aluno que utiliza apenas a apostila. Portanto, é dever do aluno consultar os livros das nossas bibliotecas para estudar e confeccionar os pré-relatórios.

Cabe ao docente que opta em utilizar este conjunto de apostilas e práticas, preparar as aulas com antecedência e não colocar toda a responsabilidade das dificuldades encontradas durante o desenvolvimento do curso em quem escreveu as apostilas e nos técnicos que preparam as práticas, de modo a evitar confusões durante a realização das mesmas. É muito fácil substituir o roteiro já existente na apostila por um que seja do agrado do docente e é dever do mesmo completar a introdução teórica, quando achar necessário, no início de cada aula.

Prof Dr. Tito J. Bonagamba

IFSC – USP

Autoria: Esta apostila foi originalmente escrita pelos Professores René A. Carvalho, Maria C. Terrile e Mariângela T. Figueiredo, resumida e reestruturada pelo Prof. Tito J. Bonagamba em 01/92. Visando sua melhor adaptação desta apostila aos objetivos da disciplina, anualmente, a mesma vem passando por modificações sugeridas por diferentes docentes do IFSC.

---

[1] *Carl Sagan, Por que entender de Ciência, Revista Super Interessante, Ano 4-abril-1990-pag.46*.

Instituto de Física de São Carlos
Laboratórios de Ensino

INSTRUÇÕES PARA REALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO E DO RELATÓRIO

1. Aulas:

- O roteiro de cada prática é apenas um guia e não contém todas as informações necessárias para a realização da prática. O seu raciocínio e a discussão com o professor, monitor e colegas são de extrema importância. Discuta com eles todos os pontos que não estiverem claros antes, durante e depois do experimento. Antes de começar um experimento entenda como ele será feito e o embasamento teórico envolvido.

- Antes de usar qualquer instrumento entenda seu funcionamento. **Você e sua equipe são responsáveis pelo equipamento que estiverem utilizando.**

2. Relatórios:

Apresentamos a seguir algumas sugestões de como o relatório de um dado experimento deve ser elaborado. Lembre-se que este relatório deve ser elaborado pensando que qualquer pessoa que tenha conhecimentos básicos de Física possa entender seu conteúdo sem ter que recorrer a outras fontes de informação.

1- **O relatório deve ser escrito em folha de papel almaço;**

2- **Indique inicialmente** o(s) Nome(s) do(s) aluno(s), que estão elaborando o relatório, a data de sua realização e o título do experimento de acordo com a apostila;

3- **OBJETIVO(S):** Descreva de maneira clara e sucinta (s) objetivo (s) que deverão ser alcançados durante a realização do referido experimento;

4- **EXPERIMENTO (MATERIAIS E MÉTODOS):** Descreva quais os materiais e aparelhos utilizados durante a realização do experimento e como os dados experimentais foram obtidos. Estas informações devem permitir a qualquer outra pessoa repetir sua medida sem que **seja necessária sua participação.**

5- **RESULTADOS OBTIDOS E DISCUSSÃO:** Apresente seus resultados de forma ordenada através de tabelas, gráficos, etc. Quando necessário, coloque no relatório equações e os dados utilizados nas mesmas. **DISCUTA** seus resultados em função de outros obtidos no mesmo experimento ou de valores disponíveis em tabelas ou de valores esperados para as grandezas físicas que estão sendo avaliadas.

6- **CONCLUSÕES:** Aqui deve ser apresentada uma conclusão geral do relatório, se os resultados obtidos estão de uma maneira geral próximos ao esperado e se não, quais foram às causas deste desacordo. Faça uma análise do conhecimento adquirido pelo grupo durante a realização do experimento.

A forma de organizar o relatório não é rígida. Pode-se dividi-lo em tantas partes forem necessárias. Se o mesmo incluir várias experiências diferentes, é preferível apresentá-las separadamente para facilitar a leitura.

Introdução as Grandezas Físicas e suas Medidas

Introdução

Antes de discutirmos mais detalhadamente como expressar corretamente o resultado da medida de uma grandeza e os vários problemas envolvidos no processo de medida, teremos que conceituar melhor o que vem a ser uma grandeza.

Ao estudar um fenômeno físico qualquer interessa-nos entender como certas propriedades ou grandezas - associadas aos corpos - participam desse fenômeno. É possível traduzir-se a variação de certas propriedades ou comparar os diversos graus de intensidade com que as mesmas se manifestam em corpos materiais por meio de números a elas associados. Pode-se dizer que estas propriedades constituem-se nas grandezas físicas associadas àqueles corpos.

A descrição meramente qualitativa dos fenômenos, embora necessária, é insuficiente para fins científicos ou técnicos. É preciso dar uma descrição quantitativa dos mesmos, traduzida através das chamadas “leis físicas”, as quais, geralmente, expressam relações entre grandezas físicas.

As medidas de grandezas tais como volumes, massas, temperaturas, etc., são expressas por apenas um único número seguido do “nome” da unidade correspondente. Uma grandeza deste gênero é chamada escalar.

No entanto, expressões de leis físicas podem envolver grandezas de natureza mais complexa, como por exemplo a velocidade, a força, o momento de inércia de um corpo rígido, etc., cujas medidas são traduzidas por mais de um número (em geral matrizes de números).

Doravante discutiremos apenas a respeito de grandezas escalares.

Medida de uma grandeza

O resultado de qualquer processo de medição de uma grandeza escalar deve ser expresso como:

$$x = \lambda \mid x \mid$$

onde λ é o valor numérico da grandeza x e $\mid x \mid$ representa uma grandeza da mesma espécie tomada como unidade, um “padrão” ou seus múltiplos e submúltiplos[1]. Exemplo: a medida de determinado intervalo de tempo resultou em

$$\Delta t = 0{,}5\ h$$

Neste caso, $\lambda = 0{,}5$ e $\mid x \mid = h$ (nome da unidade de tempo).

Note-se que o valor numérico, isoladamente, não caracteriza a medida da grandeza x, porque o resultado da medida depende também de um fator arbitrário que é a escolha da unidade de medida. Exemplo: o mesmo intervalo de tempo referido anteriormente, se expresso em segundos, ficaria:

$$\Delta t = 1800\ s$$

Medidas diretas e indiretas de uma grandeza

A *medida direta* de uma grandeza é o resultado da leitura de sua magnitude mediante o uso de um instrumento de medida como, por exemplo, a medida de um comprimento com uma régua

[1] Vide no final desta apostila uma tabela com as principais unidades do Sistema Internacional (SI) usadas em Mecânica.

graduada, a de uma corrente elétrica com um amperímetro, a de uma massa com uma balança ou de um intervalo de tempo com um cronômetro.

Uma *medida indireta* é a que resulta da aplicação de uma relação matemática que vincula a grandeza a ser determinada com outras diretamente mensuráveis. Como exemplo, podemos citar a medida da velocidade média de um carro que percorreu um espaço Δx em um intervalo de tempo Δt:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Erros de Medidas - Desvios

Repetindo várias vezes a medida de uma mesma grandeza, encontraremos valores nem sempre iguais. As discrepâncias ou erros podem ser atribuídos a diferentes fatores, tais como:

- O método de medida empregado;
- O instrumento utilizado;
- A habilidade do operador em efetuar a medida;
- O meio ambiente.

Erro absoluto e erro relativo

O erro é inerente ao próprio processo de medida, isto é, nunca será completamente eliminado. Poderá ser minimizado procurando-se eliminar o máximo possível as fontes de erros acima citadas.

O resultado da medida de uma grandeza x é geralmente indicado na forma seguinte:

$$x = x^* \pm \Delta x$$

onde x^* é o valor observado em uma única medida ou o valor médio de uma série de medidas, e Δx é o erro ou incerteza da medida. Este é chamado de *erro absoluto*.

O sinal ± na eq. (2) indica que o valor de x está compreendido no intervalo

$$(x^* - \Delta x) \leq x \leq (x^* + \Delta x)$$

Por exemplo, o valor da massa molecular do hidrogênio é expressa como

$$m_H = (1.0078 \pm 0.0005) \frac{g}{mol}$$

Apenas o conhecimento do erro absoluto de uma medida não é suficiente para caracterizar a *precisão* da mesma. Por exemplo, uma barra metálica possui comprimento $l = 1{,}00\ m$. Ao medi-la, um observador comete um erro de $\Delta l = \pm 2\ mm$. No entanto, ao medir uma distância de 1 km cometeu o mesmo erro.

Na primeira medida o *erro relativo* foi de 2 partes em 1000 $\left(\frac{\Delta l}{l} = \frac{2\ mm}{1000\ mm}\right)$ ou 0,2%, ao passo que na segunda medida, o erro relativo foi de 2 partes em 1000000 $\left(\frac{\Delta l}{l} = \frac{2\ mm}{1000000\ mm}\right)$ ou 0,0002%.

Vê-se claramente que o *erro relativo* é que expressa a *precisão da medida* e nos diz que a segunda medida foi feita com maior “rigor”, isto é, com métodos mais precisos, que a primeira. Provavelmente o seu *custo* também foi maior.

Obviamente a segunda medida foi mais precisa que a primeira. A precisão de uma medida pode ser avaliada pelo *erro relativo* que é o quociente entre o erro absoluto e o valor da grandeza:

$$erro\ \ relativo\ =\ \frac{\Delta\, x}{x}$$

Classificação dos erros

Segundo sua natureza os erros são, geralmente, classificados como:

- **Erros grosseiros**: Ocorrem devido à falta de prática (imperícia) ou distração do operador. Por exemplo, erros de leitura na escala de um instrumento, escolha errada de escalas, erros de cálculo, etc... Podem ser evitados pela repetição cuidadosa das medições.

- **Erros sistemáticos**: Caracterizam-se por ocorrerem e conservarem, *em medidas sucessivas, o mesmo valor e sinal*. Podem ter várias origens tais como: defeitos de instrumentos de medida, aplicação errônea do método de medida, ação *permanente* de uma causa externa, maus hábitos do operador. Embora possível, nem sempre têm fácil correção e, esta, deve ser estudada em cada caso particular.

- **Erros acidentais**: São devidos a causas diversas e incoerentes, bem como a causas temporais que variam durante a observação ou em observações sucessivas e que escapam a uma análise devido à sua imprevisibilidade.

  Como principais fontes de erros acidentais podemos citar:

  - Os instrumentos de medida;
  - Pequenas variações das condições ambientais (pressão, temperatura, umidade, fontes de ruídos, etc.);
  - Fatores relacionados com o próprio observador sujeitos a flutuações, em particular a visão e a audição.

Salvo poucas exceções, as medidas diretas se reduzem, em última instância, à leitura em escalas graduadas. Ao efetuá-las, um observador se vê obrigado a “apreciar” ou “avaliar” o erro cometido naquela leitura, geralmente uma fração da menor divisão da escala. Nesta estimativa está implícito certo erro acidental de apreciação, avaliação ou leitura.

A experiência mostra que, comumente, os erros acidentais se mantêm dentro dos limites fixados pelo erro de apreciação (ou desvio avaliado). Por isso, de modo geral, quando se efetua uma medida uma única vez, adota-se o desvio avaliado como sendo o erro que afetará o resultado da mesma. Exemplo: medindo-se certo comprimento com uma escala milimetrada, um observador poderá estimar frações de 0,5 mm. (dependendo da situação, um observador hábil poderia estimar um erro menor). Se o observador encontrar, para o referido comprimento, o valor de l = 9,5 cm, ao *informar* o resultado de sua medida, deverá fazê-lo da seguinte forma:

$$l = (9.50 \pm 0.05)\ cm \qquad \text{ou} \qquad l = (95.0 \pm 0.5)\ mm$$

Os instrumentos de medida são, geralmente, graduados tendo-se o cuidado de não se marcar mais divisões que as necessárias para uma indicação correta. Pode-se, então, admitir como regra geral, **porém não como dogma**, que o erro *inerente ao instrumento* seja aproximadamente a *metade da menor divisão da escala*.

A regra acima não é, evidentemente, absoluta, isto é, não deve ser usada indistintamente em todos os casos. Para certos instrumentos de precisão é permitida e praticada a avaliação de valores compreendidos entre dois traços consecutivos, estimando-se um desvio menor que a metade da menor divisão. O contrário também pode ocorrer; por exemplo uma medida de tempo em que o cronômetro permite leituras com erros menores do que aqueles devidos ao reflexo (ou resposta) da pessoa que faz a medição. No caso de instrumentos digitais pode-se admitir que o erro recaia sobre o primeiro dígito que flutua.

De um modo simples podemos dizer que**:**

- Uma *medida exata* é aquela para a qual os erros *sistemáticos* são nulos ou desprezíveis.
- Uma *medida precisa* é aquela para a qual os erros *acidentais* são pequenos.

Medida direta de uma grandeza: como estimar o erro de uma medida.

A medida direta de uma grandeza *x* com seu erro absoluto estimado pode ser feita de duas formas distintas:

- Medindo-se apenas uma vez a grandeza *x*;
- Medindo-se várias vezes a mesma grandeza *x* sob as mesmas condições físicas.

No primeiro caso, a estimativa do erro na medida, Δx, é feita a partir do equipamento utilizado tal como discutido no item sobre erros acidentais e o resultado será dado por $x \pm \Delta x$.

Já no segundo caso, consideremos que foi feita uma série de N medidas da grandeza x. Descontados os erros grosseiros e sistemáticos, os valores medidos $x_1, x_2, \ldots, x_N$ não são, geralmente, iguais entre si; as diferenças entre eles são atribuídas aos erros acidentais. O *valor médio* desta série de medidas, $\bar{x}$, ou seja, o *valor mais provável da grandeza que está sendo medida*, é dado por:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{N} \frac{x_i}{N}$$

Denomina-se *desvio de uma medida* a diferença:

$$d_i = x_i - \bar{x}$$

e *desvio médio absoluto*, *d,* a média aritmética dos valores absolutos dos desvios, d_i, ou seja,

$$d = \sum_{i=1}^{N} \frac{|d_i|}{N}$$

Neste caso, a medida da grandeza *x* será dada por $x = \bar{x} \pm d$.

Nos trabalhos comuns de laboratório, costuma-se realizar uma série de N medidas para a grandeza a ser mensurada e representar o seu valor na forma

$$x = \bar{x} \pm \Delta\, x'$$

onde $\Delta\, x'$ pode ser tanto o desvio médio absoluto, d, quanto o desvio avaliado no próprio equipamento utilizado para a medida, $\Delta\, x$, escolhendo-se sempre o maior dos dois. Tomemos, como exemplo, a série de medidas do diâmetro de um fio, ϕ, feitas com um instrumento cuja precisão é de 0,05 cm:

ϕ (cm)	2,05	2,00	2,05	2,10	1,95

O valor médio do diâmetro do fio, ϕ, resulta em

$$\bar{\phi} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\phi_i}{N} = 2{,}03\ cm$$

Calculando o desvio médio absoluto, d, para este conjunto de dados encontramos

$$d = \sum_{i=1}^{N} \frac{d_i}{N} = 0{,}04\ cm$$

Como o desvio médio absoluto é menor que o erro do instrumento, tomamos o erro estimado na medida como sendo 0,05 cm:

$$\phi = (2{,}03\ \pm 0{,}05)\ cm$$

Caso a precisão do equipamento fosse de 0,01 cm, o resultado final da medida seria expresso com o desvio médio absoluto:

$$\phi = (2{,}03\ \pm 0{,}04)\ cm$$

Propagação de Erros em Medidas Indiretas

A medida de uma grandeza é dita indireta quando sua magnitude e seu erro são calculados a partir de uma operação matemática entre outras grandezas medidas diretamente.

Suponhamos que a grandeza $Z=z \pm \Delta z$ a ser determinada esteja relacionada com outras duas ou mais, através da relação

$$Z = f(x \pm \Delta\, x, y \pm \Delta\, y,\ ...)$$

onde f é uma relação conhecida de $x \pm \Delta\, x,\ y \pm \Delta\, y,\ . . .,$.

Um método usualmente aplicado e que nos dá o valor de $\Delta\, z$ imediatamente em termos de $\Delta\, x$, $\Delta\, y$, . . ., é baseado na aplicação de resultados do cálculo diferencial.

A diferencial total de Z nos dará

$$dZ = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy +\ . . .$$

As diferenciais na eq. 13 poderão ser substituídas pelos erros Δz, Δx, Δy, . . ., sempre que tais erros forem suficientemente pequenos:

$$\Delta z = \frac{\partial f}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}\Delta y + \ . \ . \ .$$

Como os erros Δx, Δy, . . ., são precedidos do sinal ±, procurar-se-á obter o maior valor de Δz, que é dado por

$$|\Delta z| = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\Delta y\right| + \ . \ . \ .$$

A partir da eq. (15), o aluno poderá obter as seguintes regras de propagação de erros, onde *c* e *n* são constantes quaisquer e *e* é o número neperiano (*e* = 2,718...):

- **Adição**: $z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x) + (y \pm \Delta y) = (x + y) \pm (\Delta x + \Delta y)$
- **Subtração**: $z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x) - (y \pm \Delta y) = (x - y) \pm (\Delta x + \Delta y)$
- **Multiplicação**: $z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x) \ . \ (y \pm \Delta y) = (x \ . \ y) \pm (x\Delta y + y\Delta x)$
- **Multiplicação por uma constante**: $z \pm \Delta z = c \ (x \pm \Delta x) = cx \pm c\Delta x$
- **Potência**: $z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x)^n = x^n \pm n \, x^{n-1}.\Delta x$
- **Divisão**: $z \pm \Delta z = \dfrac{x \pm \Delta x}{y \pm \Delta y} = \dfrac{x}{y} \pm \dfrac{1}{y^2}(x\Delta y + y\Delta x)$
- **Cosseno**: $z \pm \Delta z = \cos \ (x \pm \Delta x) = \cos \ x \pm sen \ x \ . \ (\Delta x)$
- **Seno**: $z \pm \Delta z = sen \ (x \pm \Delta x) = sen \ x \pm \cos \ x \ . \ (\Delta x)$
- **Logarítmo**: $z \pm \Delta z = \log_c \ (x \pm \Delta x) = \log_c \ x \pm \dfrac{\log_c e}{x} \ . \ \Delta x$
- **Exponencial**: $z \pm \Delta z = c^{(x \pm \Delta x)} = c^x \pm c^x . \ l \ n \ c \ . \ (\Delta x)$

onde todos os termos posteriores ao sinal ± são tomados em valor absoluto, ou seja, todos os termos pertencentes ao erro são positivos e sempre se somam. Qualquer outra regra de propagação de erro poderá ser obtida pelo mesmo método, bastando conhecer as derivadas parciais das funções que surgirem durante o curso de laboratório.

O estudante não deve ficar impressionado com todas estas expressões, uma vez que, fatalmente, as entenderá melhor na sala de aula ou discutindo com seu professor.

Algarismos significativos

Suponhamos que uma pessoa ao fazer uma série de medidas do comprimento de uma barra, *l*, tenha obtido os seguintes resultados:

- comprimento médio, $\bar{l}$ = 92,8360 cm
- erro estimado, Δl = 0,312 cm

Como o erro da medida está na casa dos décimos de cm, não faz sentido fornecer os algarismos correspondentes aos centésimos, milésimos de cm e assim por diante. Ou seja, o erro estimado de uma medida deve conter apenas o seu **algarismo mais significativo**. Os algarismos menos significativos do erro são utilizados apenas para efetuar arredondamento ou simplesmente são desprezados. Neste caso, Δl, deve ser expresso apenas por

$$\Delta l = 0{,}3 \text{ cm}$$

Os algarismos 9 e 2 do valor médio são exatos, porém o algarismo 8 já é duvidoso porque o erro estimado afeta a casa que lhe corresponde. Deste modo, os algarismos 3, 6 e 0 são desprovidos de significado físico e não é correto escrevê-los; estes algarismos são utilizados para efetuar arredondamento ou simplesmente são desprezados. O modo correto de escrever o resultado final desta medida será então:

$$l = (92{,}8 \pm 0{,}3) \text{ cm}$$

Nos casos em que o erro da medida não é estimado devemos também escrever os algarismos significativos da grandeza mensurada com critério.

Em problemas de engenharia, os dados raramente são conhecidos com uma precisão superior a 0,2%. É, portanto, desnecessário realizar cálculos com grande precisão. Por esta razão, todos os cálculos podem ser realizados com a precisão de 0,2%. Uma regra prática é usar quatro algarismos para registrar números começados por "1" e 3 algarismos para os demais. A força de 40N, por exemplo seria escrita na forma 40,0N e a força de 15N seria escrita na forma 15,00N.

Calculadoras eletrônicas são largamente usadas pelos engenheiros e pelos estudantes de engenharia. A velocidade e precisão destas calculadoras facilita os cálculos numéricos na solução de muitos problemas. Entretanto, o estudante não deve registrar mais algarismos significativos que os necessários, simplesmente porque são facilmente obtidos. Como observado acima, uma precisão maior que 0,2% é raramente necessária ou não tem significado na solução dos problemas na prática da engenharia.

Observações adicionais:

1. Os erros devem ser apresentados com um só algarismo significativo. No entanto, durante os cálculos, podem ser utilizados dois, para efeito de aproximação posteriores.
2. Quando **números irracionais** (como π, e, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, etc.) interferem no cálculo de um resultado, recomenda-se tomar estes números com precisão tal que o erro cometido no seu arredondamento não interfira no resultado desejado, isto é, tal que eles não aumentem o erro do resultado mais do que as grandezas experimentais, cujos erros não podemos controlar.

3. Como vimos, para escrever corretamente o resultado de uma medida indireta, devemos calcular o erro propagado e escrever o resultado somente até o primeiro algarismo afetado por este erro. Quando, por falta de tempo, não se puder calcular o erro propagado, deve-se cuidar para não colocar no resultado algarismos sem significação. **Escrever algarismos sem significado é pior que perder tempo: pode confundir as pessoas que lêem ou usam estes algarismos neles confiando.** A fim de evitar números ilusórios e cálculos desnecessários, podemos usar as duas regras práticas a seguir:

- Em qualquer número obtido por medida, todos os algarismos seguintes ao último algarismo significativo são desconhecidos. Estes algarismos desconhecidos não são, necessariamente, "zero". É claro que ao somar (subtrair) uma quantidade desconhecida com (de), uma outra conhecida, a resposta será desconhecida. Assim, na soma ou subtração, podemos realizar os cálculos somente até o dígito correspondente à primeira casa decimal afetada de erro, dentre todas as medidas.

- Quando dois números são multiplicados, seu produto não pode ter mais algarismos significativos do que o menos preciso dos dois fatores. O mesmo se aplica à divisão: não tem sentido prosseguir a divisão além do número de algarismo significativos da medida menos precisa que se estiver usando.

1. Números que não são resultado de medida podem ter precisão ilimitada, e podem ser expressos com qualquer grau de precisão requerida pela natureza do problema. Por exemplo, se uma área foi determinada através de medida e se encontrou $3{,}76m^2$, o dobro desta área é $2x3{,}76m^2 = 7{,}52m^2$; ou seja, somente grandezas medidas afetam a precisão do resultado.
2. Em trabalhos de precisão, quando então são feitas muitas medidas cuidadosas, pode-se justificar a apresentação de desvios com dois algarismos significativos. Por esse motivo, o aluno poderá encontrar em tabelas desvios escritos com dois algarismos. Nas experiências comuns de laboratório, bem como na prática corrente, tal procedimento não se justifica.

Principais Unidades do SI[2] Usadas em Mecânica

Grandeza	Unidade	Símbolo	Fórmula
Aceleração	Metro por segundo, por segundo	. . .	m/s^2
Ângulo plano	Radiano	rad	. . .
Aceleração angular	Radiano por segundo, por segundo	. . .	rad/s^2
Área	Metro quadrado	. . .	m^2
Comprimento	Metro	m	. . .
Energia	Joule	J	N.m
Força	Newton	N	$kg.m/s^2$
Freqüência	Hertz	Hz	s^{-1}
Impulso	Newton-segundo	. . .	N.s
Momento de inércia	Quilograma-metro quadrado	. . .	$kg.m^2$
Quantidade de Movimento	Quilograma-metro por segundo	. . .	kg.m/s
Momento angular	Quilograma-metro quadrado por segundo	. . .	$kg.m^2/s$
Massa	Quilograma	kg	. . .
Densidade	Quilograma por metro cúbico	. . .	kg/m^3
Momento de uma força, Torque	Newton-metro	. . .	N.m
Potência	Watt	W	J/s
Pressão	Pascal	Pa	N/m^2
Tensão	Pascal	Pa	N/m^2
Tempo	Segundo	s	. . .
Trabalho	Joule	J	N.m
Velocidade	Metro por segundo	. . .	m/s
Velocidade angular	Radiano por segundo	. . .	rad/s
Volume, sólidos	Metro cúbico	. . .	m^3
Volume, líquidos	Litro	l	$10^{-3}m^3$

Bibliografia

1- Beer, F. P. e Johnston Jr., E. R., Mecânica Vetorial para Engenheiros: Estática, Vol. I, São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1980.
2- Creus, E. e Piacentini, R. D. N., Introduccion al trabajo en el laboratorio, Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas e Ingenieria, Universidad Nacional de Rosario.

[2] Sistema de Unidades também denominado por MKS, sigla proveniente das unidades básicas: **M**etro, **K**ilograma e **S**egundo.

3- Nussenzveig, H. M., Curso de Física Básica: Mecânica, Vol. I, São Paulo, Edgard Blücher Ltda, 1981.
4- Rego, G. B. e da Cunha, W. A., Mecânica, Vol. I, São José dos Campos, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 1959.
5- Squires, G. L., Practical Physics, Cambridge, Cambridge University Press, 1985.
6- Timoner, A.; Majorana, F. S. e Hazoff, W., Manual de Laboratório de Física: Mecânica, Calor e Acústica, São Paulo, Edgard Blücher Ltda, 1973.
7- White, M. W. e Manning, K. V., Experimental College Physics: A Laboratory Manual, USA, McGraw-Hill Book Company, 1954.

Revisada em 10/2008.

Exercícios relativos a 1ª Prática

Os exercícios abaixo não são obrigatórios. Mas recomenda-se que você os faça para se familiarizar com os cálculos de propagação de erros e com a maneira correta de escrever números com erro (lembre-se que o erro deve ser escrito com apenas um algarismo significativo e a grandeza a que ele se refere apenas até o algarismo afetado pelo erro).

1. Suponha que as tabelas abaixo representem, cada uma, medidas de uma mesma grandeza sob as mesmas condições físicas e que as diferenças entre os valores medidos para a mesma grandeza podem ser atribuídas a erros acidentais.
   Para cada uma delas calcule o valor médio e o desvio médio absoluto e expresse corretamente o resultado final da medida. (Os valores abaixo do nome da grandeza em cada tabela representam a precisão da medida).

l (cm) (± 0.1 cm)
90.3
89.9
90.1
90.1
89.7

t (s) (± 0.05 s)
0.82
0.85
0.84
0.82
0.83
0.84

θ (°) (± 0.1 °)
33.4
33.5
33.4
33.6
33.5
33.3

d (mm) (± 0.05 mm)
12.20
12.35
12.15
12.30
12.45
12.25

Qual destas medidas é mais precisa?

2. Nos itens que se seguem, Z é uma função das quantidades A, B, C, e D medidas independentemente. Calcule $Z = z \pm \Delta z$ a partir dos valores de A, B, C, e D.

a- $Z = A^2$
$A = 25 \pm 1$

b- $Z = A - 2B$
$A = 100 \pm 3$
$B = 45 \pm 2$

c- $Z = \frac{A}{B}(C^2 + D^{3/2})$
$A = 0.100 \pm 0.003$
$B = 1.00 \pm 0.05$
$C = 50.0 \pm 0.5$
$D = 100 \pm 8$

Respostas: (a) (63 ± 5) x 10 (b) (10 ± 7) (c) (35 ± 5) x 10

Universidade de São Paulo
Instituto de Física de São Carlos
Laboratórios de Ensino

1ª Prática: Instrumentos de Medida

Objetivos:

- Medidas de massa e comprimentos (diâmetros, espessuras, profundidades, etc.) utilizando balança, paquímetro e micrômetro;
- Estimativa de erro nas medidas, propagação de erros e algarismos significativos.

Introdução:

Para muitas medidas com escalas graduadas, por exemplo uma régua, é desejável estimar-se uma fração da menor divisão das mesmas. Existem dois dispositivos que aumentam a precisão desta estimativa: o *Nônio* ou *Vernier* e o *parafuso micrométrico*. Estes dois dispositivos fazem parte de dois instrumentos extremamente úteis para a medida de comprimentos: o *paquímetro* e o *micrômetro*.

Princípios de funcionamento do Nônio ou Vernier

O Nônio ou Vernier é um dispositivo que nos permite efetuar a leitura de uma fração da menor divisão de uma régua ou escala graduada à qual está adaptado. Ele é constituído de uma pequena escala com N divisões de valores conhecidos, que se move ao longo da régua principal. As divisões do Nônio possuem dimensões diferentes daquelas da régua principal porém relacionam-se entre si de uma maneira simples. Por exemplo, o Vernier da Fig. 1, possui N = 10 divisões que correspondem, em comprimento, a 9 divisões da escala principal. Cada divisão do Nônio é mais curta que uma divisão da escala principal de 1/N da divisão desta escala. Na Fig. 1, a marca correspondente ao "zero" na escala do Nônio coincide com a correspondente marca da escala principal.

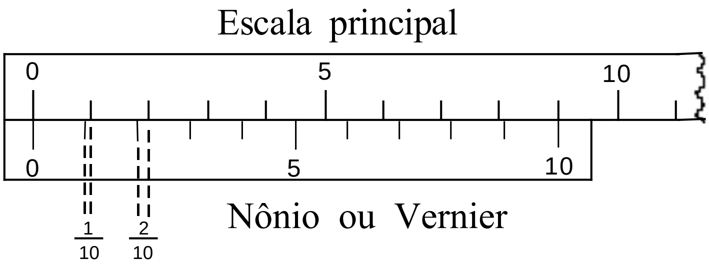


Figura 1: Representação da escala principal com o Vernier adaptado à mesma.

Neste caso, a 1ª divisão do Nônio é 1/10 mais curta que a 1ª divisão da escala principal. A 2ª divisão do Nônio está a 2/10 de divisão à esquerda da próxima marca da escala principal. A 3ª divisão do Nônio está a 3/10 de divisão à esquerda da próxima marca da escala principal, e assim por diante, até que a 10ª marca do Nônio coincida com a 9ª marca da escala principal.

Se a escala do Vernier é movida para a direita até que uma marca sua coincida com uma marca da escala principal, o número de décimos de divisões da escala principal que a escala do Nônio se deslocou é o número de divisões do Nônio, n, contadas a partir de sua marca "zero" até a marca do Nônio que coincidiu com uma marca qualquer da régua principal.

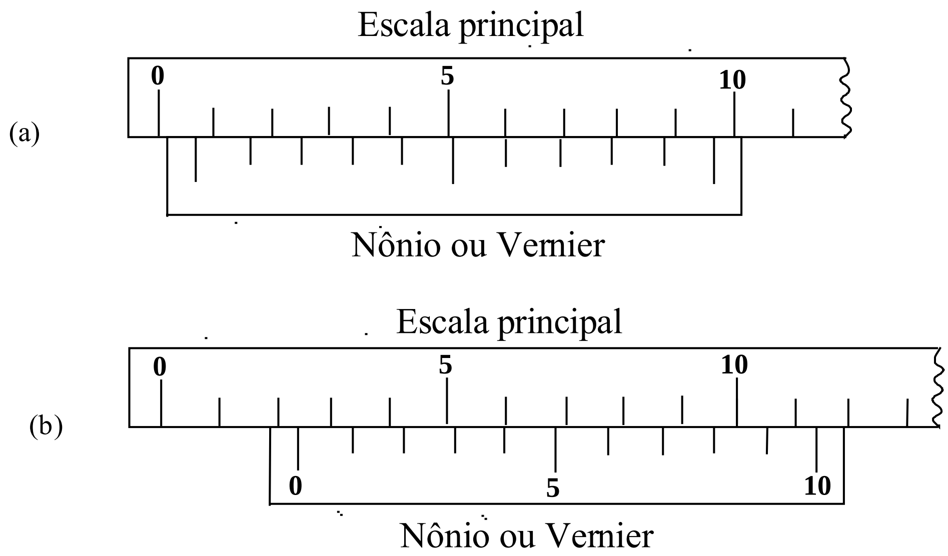


Figura 2: Exemplos de leitura com um Nônio de N=10 divisões.

Por exemplo, na Fig. 2a, a 6ª marca do Nônio coincide com uma marca da escala principal. Isto significa que a escala do Nônio se deslocou 6x(1/10) de divisão para a direita da posição “zero” da escala principal.

Na Fig. 2b, o “zero” do Nônio moveu-se à direita da 2ª marca da escala principal de modo que a 4ª marca do Vernier coincidiu com uma da escala principal. Neste caso, o Nônio se deslocou 2 divisões lidas na escala principal até a marca “zero” do Vernier, mais 4/10 de divisões da escala principal. Logo, ocorreu um deslocamento do Nônio de 2.4 divisões da escala principal.

Desta forma, o Nônio adaptado à escala exemplificada nas figuras 1 e 2, nos forneceu uma precisão de leitura de 1/10 de divisão da escala principal.

Em casos gerais, a precisão da leitura, P, é dada pelo quociente entre a menor divisão da régua principal, D, e o número de divisões do Vernier, N:

$$P = \frac{D}{N} \tag{1}$$

Então, se o Vernier se deslocou L_0 divisões da régua principal mais uma fração n da divisão, teremos que o deslocamento total, L, foi de:

$$L = L_0 + nP \tag{2}$$

Na tabela a seguir apresentamos alguns tipos de Verniers existentes:

N	C(mm)	D(mm)	d(mm)	P(mm)
10	9	1	9/10	0.1
10	19	1	19/10	0.1
20	39	1	39/20	0.05
50	49	1	49/50	0.02

onde N é o número de divisões do Vernier, C é o comprimento total do Vernier, D é o comprimento da menor divisão da escala principal, d é o comprimento da menor divisão do Vernier e P é a precisão do dispositivo.

Paquímetro

O paquímetro, Fig. 3, é um instrumento de medida de comprimentos que permite leituras de frações de milímetros. Consiste de uma régua metálica graduada, terminada por "esperas" ou "bicos" fixos a, b e c), ao longo da qual desliza o Nônio ou Vernier, o qual também está terminado por "esperas" ou "bicos" (a', b' e c').

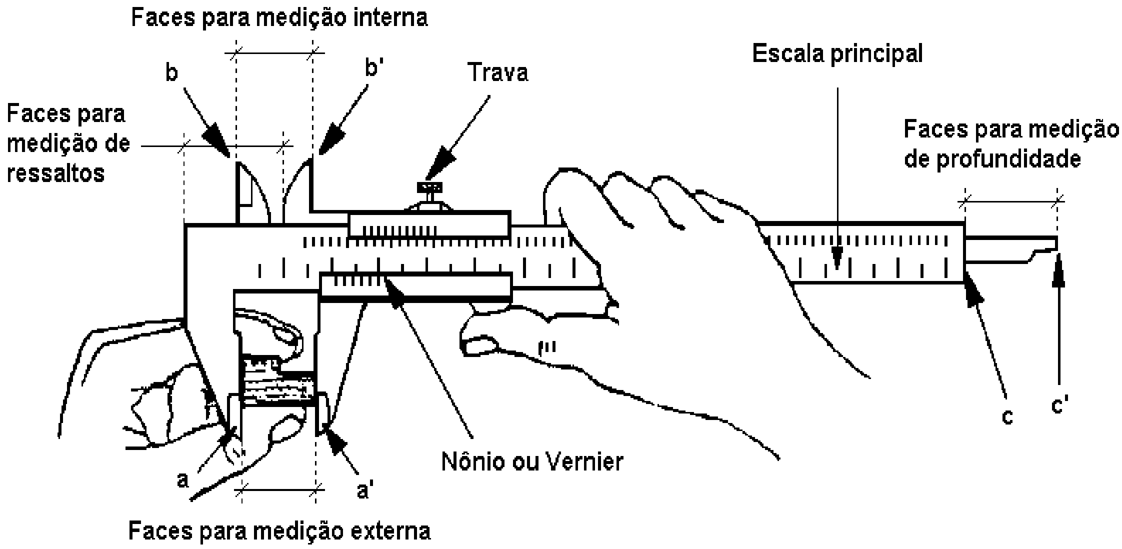
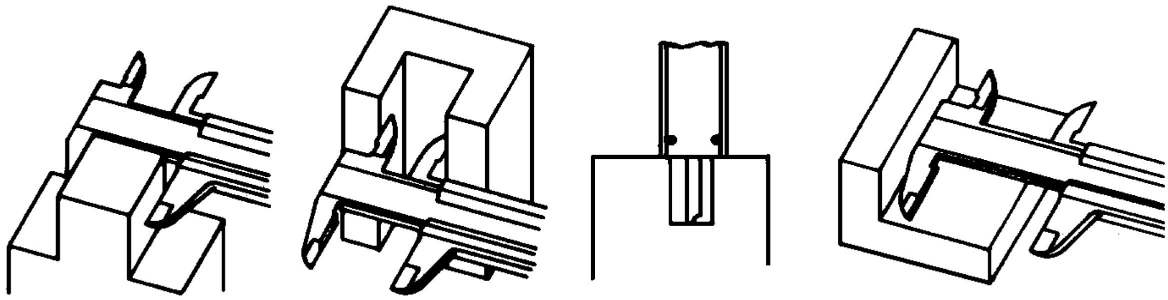


Figura 3: Paquímetro

O objeto a ser medido é colocado entre as faces e a leitura final é feita de acordo com os princípios de funcionamento do Nônio ou Vernier. A Fig. 4 representa algumas formas de utilização do paquímetro, e a Fig. 5 mostra exemplos de leitura em paquímetros de precisão 0,05 mm (N=20) e 0,02 mm (N=50). A Fig. 6 contém uma escala com nônio que pode ser cortada para que o estudante possa treinar leituras com paquímetros.



1. Medição externa 2. Medição interna 3. Medição de profundidade 4. Medição de ressaltos

Figura 4: Exemplos de utilização do paquímetro.

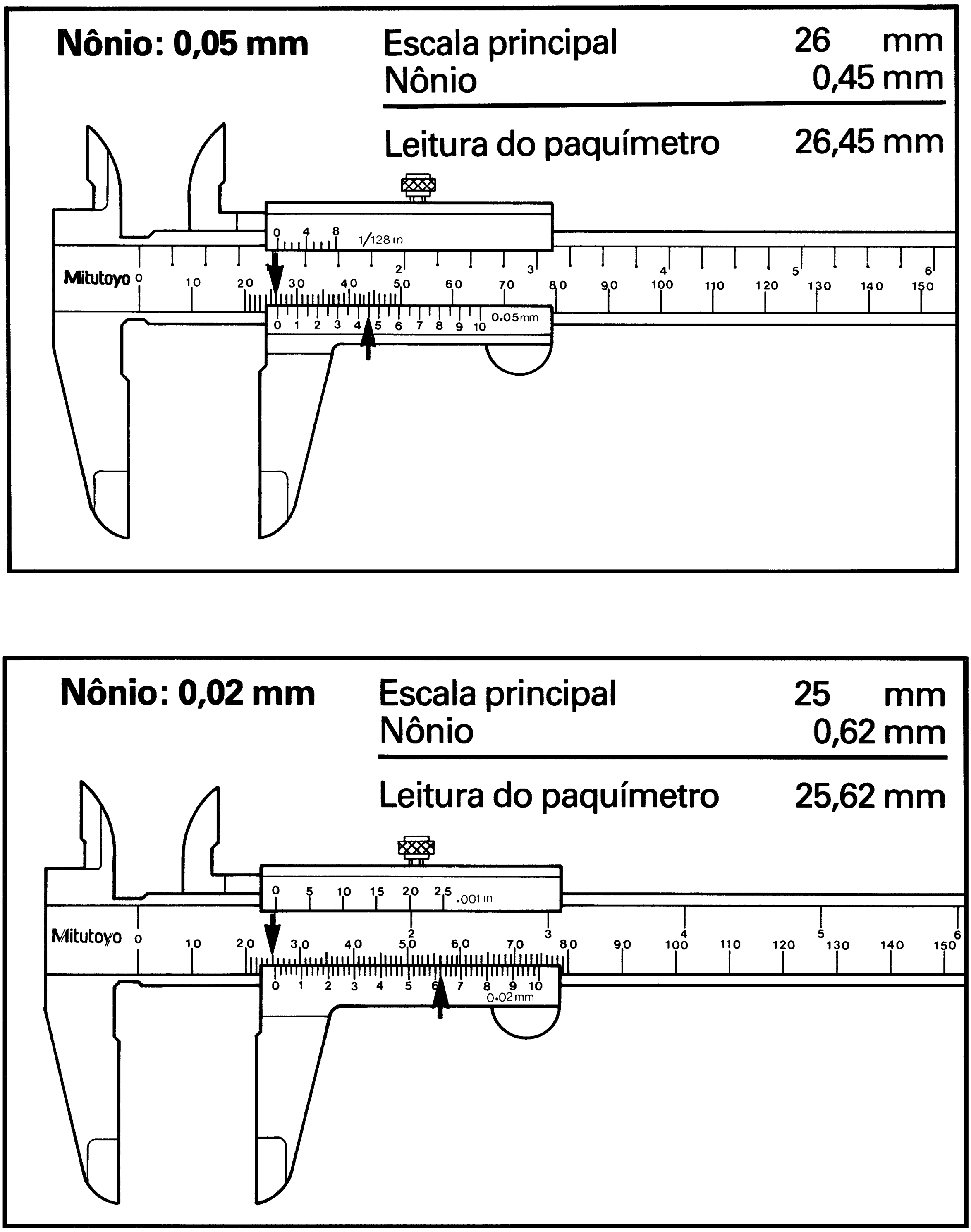


Figura 5: Exemplos de leitura com paquímetro.

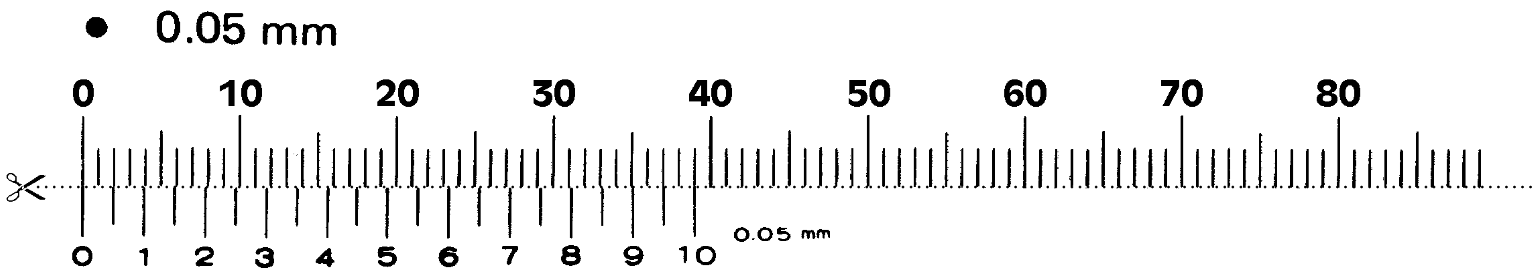


Figura 6: Cortar na linha pontilhada.

Micrômetro

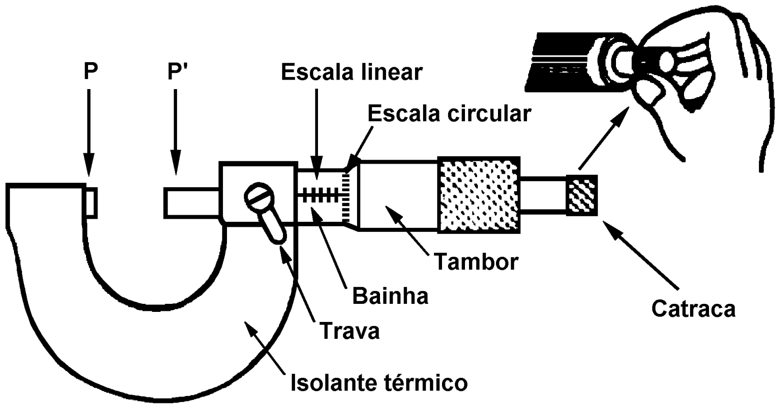


Figura 7: Micrômetro.

Uma característica importante dos micrômetros é a catraca que assegura uma pressão de medição constante.

É um instrumento de precisão que consiste basicamente de um parafuso micrométrico fixo a uma estrutura em forma de U e capaz de mover-se ao longo de seu eixo, Fig. 7. Tal como no paquímetro, ele também possui duas "esperas", uma fixa (P) e outra móvel (P'), entre as quais o objeto a ser medido é instalado.

Uma escala linear é gravada na bainha, através da qual gira o parafuso micrométrico e este por sua vez é solidário a um tambor que possui uma escala circular, Fig. 8.

Nos tipos mais comuns de micrômetros, a escala linear é gravada com divisões de 0.5 mm, enquanto que a escala circular do tambor possui 50 divisões para uma volta completa. Como cada volta completa do tambor corresponde a 0.5mm, a precisão, P, do micrômetro é de 0.50mm/50 = 0.01mm.[3]

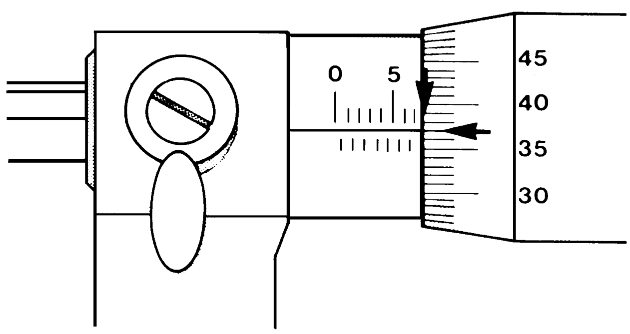


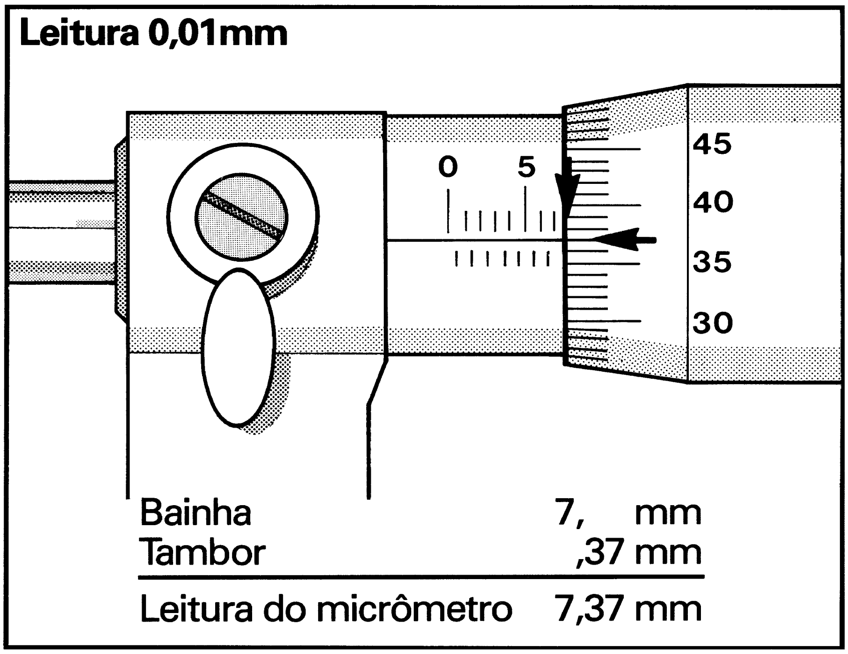
Figura 8: Escalas Linear e Circular do Micrômetro.

Para efetuar-se uma leitura, verifica-se inicialmente qual a divisão da escala linear, L_0, que é descoberta pelo tambor e mais próxima do mesmo. Além disso, devemos determinar qual a divisão do tambor, n, que coincide com uma referência instalada no micrômetro. Assim, se o parafuso micrométrico se deslocou L_0 divisões da régua principal mais uma fração da divisão, teremos que o deslocamento total, L, foi de:

$$L = L_0 + nP \qquad (3)$$

Existem ainda micrômetros com um nônio, o que os torna ainda mais precisos. A Fig. 9 mostra dois exemplos de leitura em micrômetros: um do tipo mais comum e um com nônio.

[3] 0.01 mm = 10 μm, que é da ordem de grandeza do tamanho de uma célula (~5 → 50 μm)!



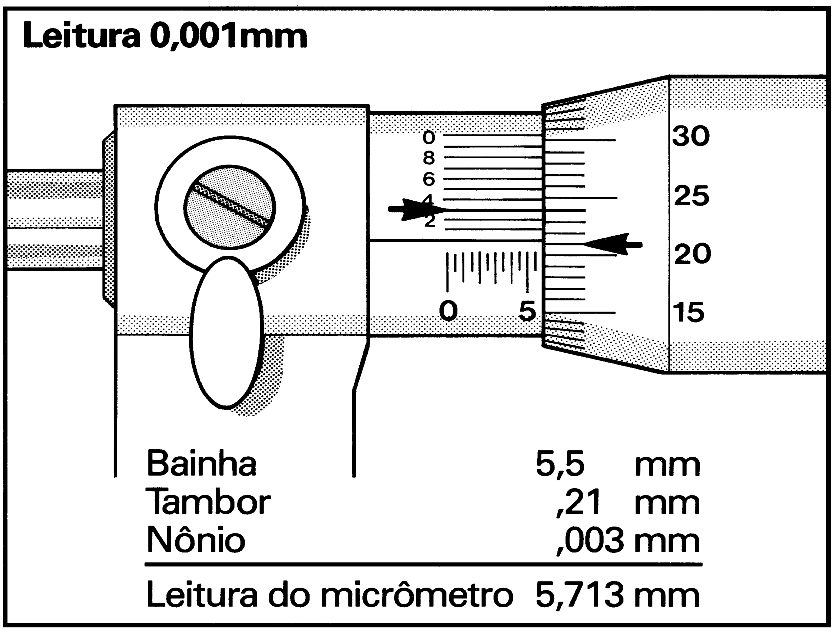


Figura 9: Exemplos de leitura com micrômetro.

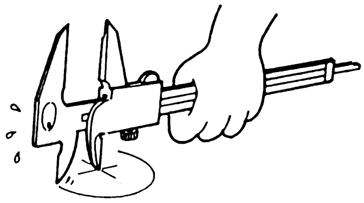
Autor: Esta apostila foi originalmente escrita pelo Prof. Rene A. Carvalho.
Posteriormente foi reescrita pelo Prof. Tito J. Bonagamba em 12/91.

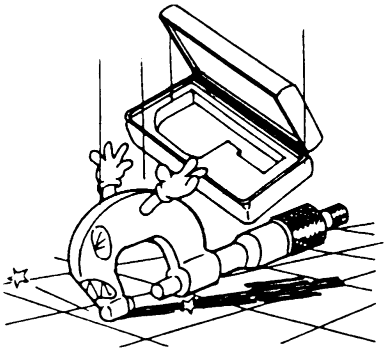
Bibliografia:

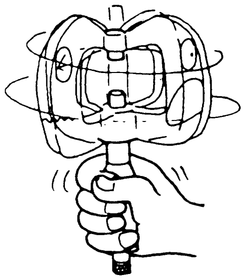
1. Timoner, A.; Majorana, F. S. e Hazoff, W., Manual de Laboratório de Física: Mecânica, Calor e Acústica, São Paulo, Edgard Blücher Ltda, 1973.
2. Intrumentos para Metrologia Dimensional: Utilização, Manutenção e cuidados - Mitutoyo do Brasil Ind. e Com. Ltda.

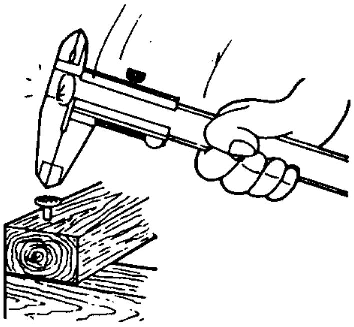
Cuidados com o paquímetro e o micrômetro.

<u>Proibido</u>

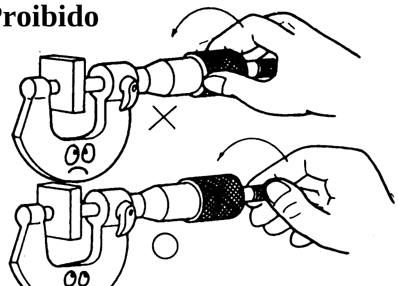






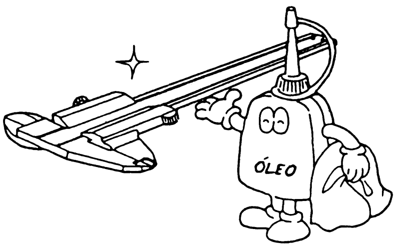


Proibido

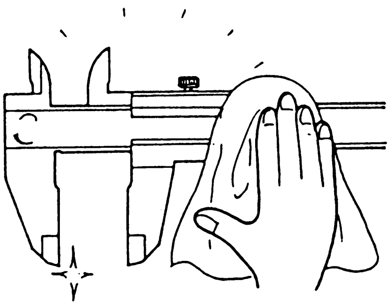


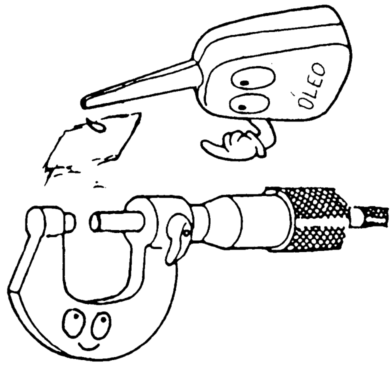
Permitido

<u>Permitido</u>



Proibido





Roteiro da 1ª prática: Instrumentos de Medida

1. Aprendendo como utilizar o paquímetro

(a) Familiarize-se com o uso do paquímetro determinando sua precisão e verifique o "zero" na escala.

2. Propagação de erro em medidas indiretas

(a) Obtenha as medidas diretas das dimensões da peça metálica presente na bancada. Expresse estas medidas com o erro absoluto estimado conforme descrito na apostila.

(b) Calcule o volume da peça utilizada no item 2a determinando o erro propagado nos cálculos.

3. Medida direta de volume da peça metálica – Método de Arquimedes

(a) Meça diretamente o volume da peça utilizando uma proveta graduada contendo água. Faça uma estimativa do erro desta medida. Descreva qual o principio físico utilizado nesta medida.
(b) Compare este resultado com o resultado obtido no ítem 2b. **Discuta seus resultados em termos do método mais preciso analisando o valor da grandeza e seu erro.**

4. Medida direta de massa e cálculo da densidade

(a) Utilize uma balança para pesar a peça metálica e faça uma estimativa do erro desta medida.
(b) Calcule a densidade da peça e o erro propagado nos cálculos utilizando o valor do volume obtido **no item 2b**.
(c) Compare com os valores de densidade tabelados.
(d) De que material é feita à peça utilizada **no item 2**? **Discuta seus resultados levando em consideração os erros propagados.**

5. Utilização do micrômetro

a) Familiarize-se com o uso do micrômetro verificando qual é sua precisão e faça a verificação do "zero" na escala.
(a) Faça 10 medidas do diâmetro, Φ, do fio presente na bancada ou de algum outro objeto. Anote os resultados em uma tabela.
(b) Calcule o valor médio da medida: $\overline{\Phi} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\Phi_i}{N}$ onde N é o número de medidas;
(c) Calcule o desvio de cada medida: $\Phi_i - \overline{\Phi}$ e o desvio médio absoluto: $\delta = \frac{\sum_{i=1}^{N} \left|\Phi_i - \overline{\Phi}\right|}{N}$;
(d) Compare o valor do desvio médio absoluto (δ) com o erro de leitura avaliado para o micrômetro que você utilizou em suas medidas;
(e) Expresse o valor da medida com o erro de acordo com os conceitos descritos na **pagina 9** da apostila.

Última Revisão: 11/2009

Universidade de São Paulo
Instituto de Física de São Carlos
Laboratórios de Ensino

2ª Prática: Gráficos, Tabelas e Lei de Hooke

Objetivos:

- Construção de tabelas;
- Construção de gráficos;
- Escalas especiais para construção de gráficos;
- Determinação dos coeficientes angular e linear de uma reta obtida a partir de dados experimentais;
- Lei de Hooke;

Introdução:

Informação básica sobre a construção de tabelas e gráficos (LEIA COM ATENÇÃO)

Após a realização de um experimento, geralmente temos em mãos um conjunto de dados (x, y) que podem ser apresentados de duas formas distintas: utilizando uma tabela de dados e/ou um gráfico.

As tabelas devem ser preparadas com muita clareza. Os nomes das grandezas tabeladas e suas respectivas unidades deverão aparecer uma única vez como demonstrado nas tabelas apresentadas a seguir.

De todas as maneiras possíveis de se apresentar a dependência entre duas variáveis, a representação por meio de gráficos é a que mais se aproxima de nossa intuição.

Os resultados experimentais são usualmente representados em gráficos e, por esta razão, devem ser construídos na forma mais clara possível ***para quem lê o trabalho e não para quem o faz***.

Construa sempre seus gráficos obedecendo as seguintes regras gerais:

(a) *Coloque título e comentário*. É conveniente que a pessoa que irá folhear o seu trabalho possa entender do que trata o gráfico sem recorrer ao texto. Faça uma análise dos títulos e comentários das figuras deste texto e de outros livros, para ter uma idéia do tipo de informação que eles podem ter.

(b) *Coloque a grandeza a ser representada e sua unidade, de maneira clara em cada eixo coordenado*. Fora disso, os eixos devem conter apenas os números necessários à leitura das divisões. Não coloque valores especiais. Se quiser ressaltar algum valor, faça-o na própria curva, ou no eixo através de algum símbolo.

(c) *Escolha as escalas de maneira a não obter um gráfico mal dimensionado*. Tomemos como exemplo, um carro em movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV), o qual parte da posição inicial, S_0 = 1000 m, em repouso, com aceleração a = 2 m/s^2. Neste caso, sua equação horária será dada por:

$$S = S_0 + \frac{1}{2}at^2 = 1000 + t^2 \quad (MKS) \tag{1}$$

Um observador mediu a posição, *S*, deste carro durante 10s e montou a tabela 1.

Tabela 1

tempo *t* (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
posição *S* (m)	1000	1001	1004	1009	1016	1025	1036	1049	1064	1081	1100

Com estes dados em mãos ele construiu o gráfico de *S* contra *t*, Fig. 1. Inicialmente, ele escolheu as escalas do gráfico na forma indicada pela Fig. 1A, a qual indicava, visualmente, uma informação confusa, ou seja, a de que a posição, *S*, do carro variava linearmente em função do tempo, *t*. Redimensionando adequadamente as escalas, ele observou o resultado esperado, uma parábola, Fig. 1B.

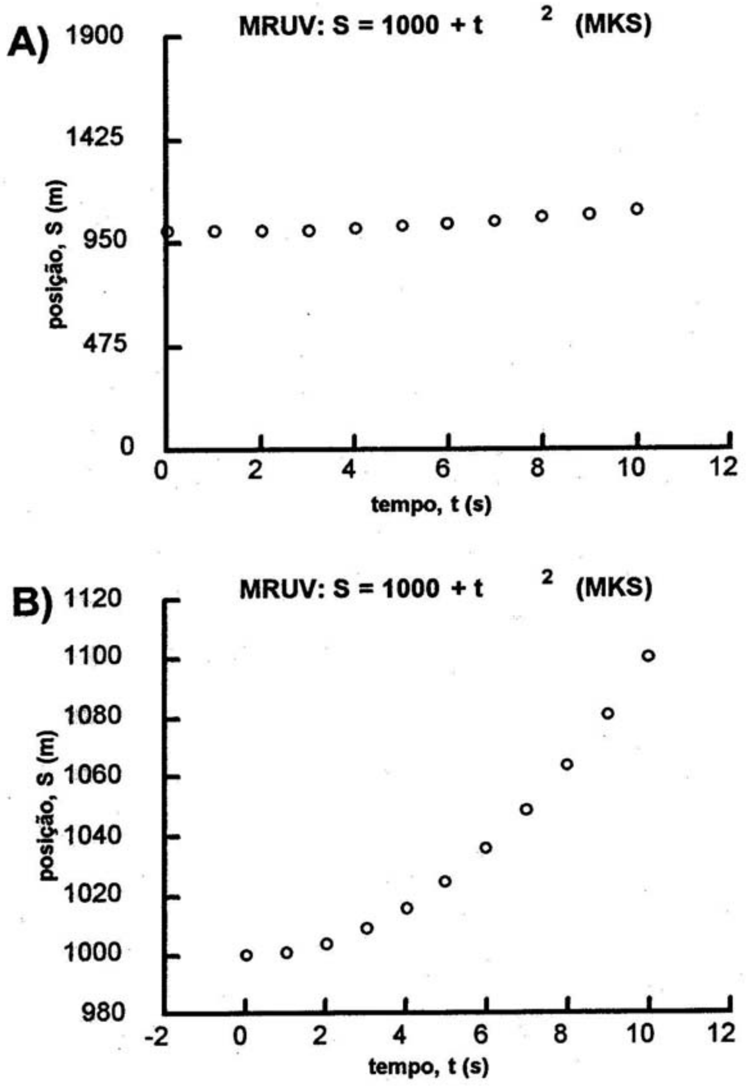


Figura 1: Gráficos da posição, *S*, de um corpo em Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV), em função do tempo, *t*, construídos com escalas diferentes.

(d) A linha que passa pelos pontos é uma contribuição subjetiva do observador às medidas. Esta não deve ser mais proeminente que os próprios pontos. Se a curva for uma reta, trace a linha de tal maneira que a distância média entre a reta e os pontos seja mínima, Fig. 2.
(e) Quando necessário, pode-se indicar o intervalo de confiança das medidas com auxílio de barras, Fig. 3.
(f) Se os pontos provierem de diversas séries de medidas diferentes, é conveniente distinguí-los usando símbolos diferentes tais como: círculos, quadrados, asteriscos, triângulos, etc. Isto também deve ser feito quando desejamos colocar, em apenas um papel, uma família de curvas. Em ambos os casos, deve-se explicar o significado dos símbolos em uma legenda.
(g) Ao fazer os primeiros gráficos, consulte seu professor. Também preste atenção em gráficos que aparecem em textos de boa qualidade.

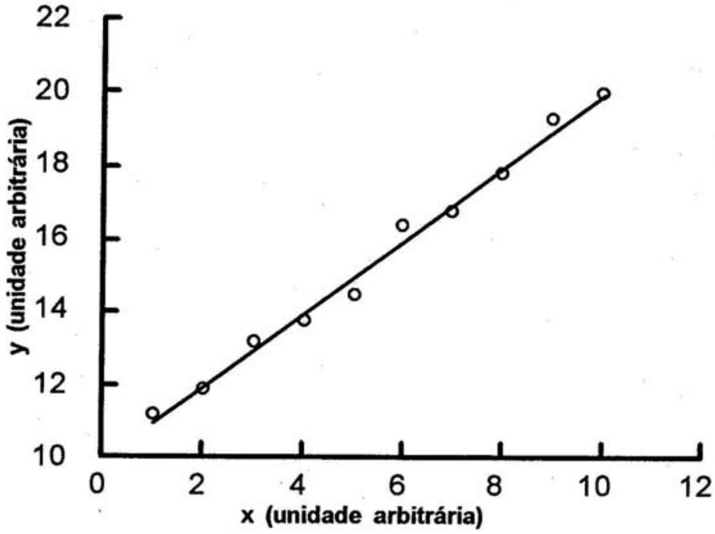


Figura 2: Gráfico construído com grandezas em unidades arbitrárias somente para ilustrar a reta traçada pelos pontos.

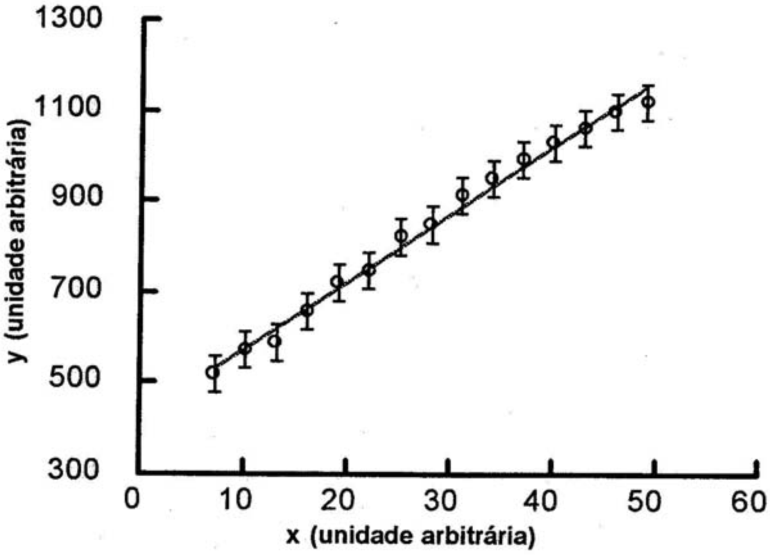


Figura 3: Gráfico construído com grandezas em unidades arbitrárias somente para ilustrar as barras de erro.

TIPOS DE GRÁFICO

Nos gráficos cartesianos, a linha que une os diferentes pontos assinalados é uma curva que pode, em alguns casos, ser representada por uma função conhecida. Logicamente, o gráfico mais fácil de ser traçado e analisado é uma reta. Logo, nos casos onde existe a possibilidade de previsão da forma da função, é comum efetuarem-se transformações em uma ou ambas as variáveis, de modo a se obter uma reta.

Vejamos os três casos mais utilizados no decorrer do curso de laboratório:

Caso 1: Suponhamos que os dados tabelados e graficados nos façam suspeitar de um função do tipo:

$$y = ax^n + b \qquad (2)$$

a qual obviamente não corresponde a uma reta quando graficamos y contra x.

Porém, quando graficamos y contra a nova variável $z = x^n$, obtemos uma reta na forma

$$y = az + b \qquad (3)$$

cujo coeficiente angular é a constante a.

Tomemos como exemplo, a queda livre de um corpo. A equação horária da altura, h, do corpo em função do tempo, t, é dada por:

$$h = h_0 - \frac{1}{2} g\, t^2 \qquad (4)$$

Esta equação representa uma parábola. Para transformá-la em reta basta graficar h em função de uma nova variável $z = t^2$. Teremos agora,

$$h = h_0 - \frac{1}{2} g\, z \qquad (5)$$

onde esta equação representa uma reta com coeficiente angular, a, dado por

$$a = -\frac{1}{2} g \qquad (6)$$

e nos fornece diretamente a aceleração gravitacional local.

Caso 2: Quando estamos trabalhando com funções do tipo da Eq. 2 porém com $b = 0$,

$$y = ax^n \qquad (7),$$

podemos transformar esta função em uma reta através de outra mudança de coordenadas, tomando $Y = \log y$ e $X = \log x$. Quando realizamos esta transformação a Eq. 7 transforma-se em

$$Y = AX + B \qquad (8).$$

Para esta reta, Eq. 8, o coeficiente angular, A, corresponde ao expoente da função, $A = n$, e o coeficiente linear é dado por $B = \log a$. Para representar esta função utiliza-se um papel com escalas logarítmicas ao longo dos dois eixos coordenados o qual, por esta razão, é denominado

papel dilogarítmico ou dilog. Para exemplificar este caso, tomemos um caso hipotético que representa um fenômeno físico qualquer que relaciona as grandezas y e x da seguinte forma:

$$y = 10x^3 \tag{9}$$

O gráfico em um papel com as duas escalas lineares, ***papel milimetrado***, resulta na curva apresentada na Fig. 4A. Fazendo o gráfico em papel dilogarítmico, o mesmo resulta na reta descrita pela expressão

$$\log\ y = 3\ \log\ x + \log\ 10 \tag{10}$$

e apresentada na Fig. 4B. Compare essa equação com a equação (8). Identifique os termos da equação.

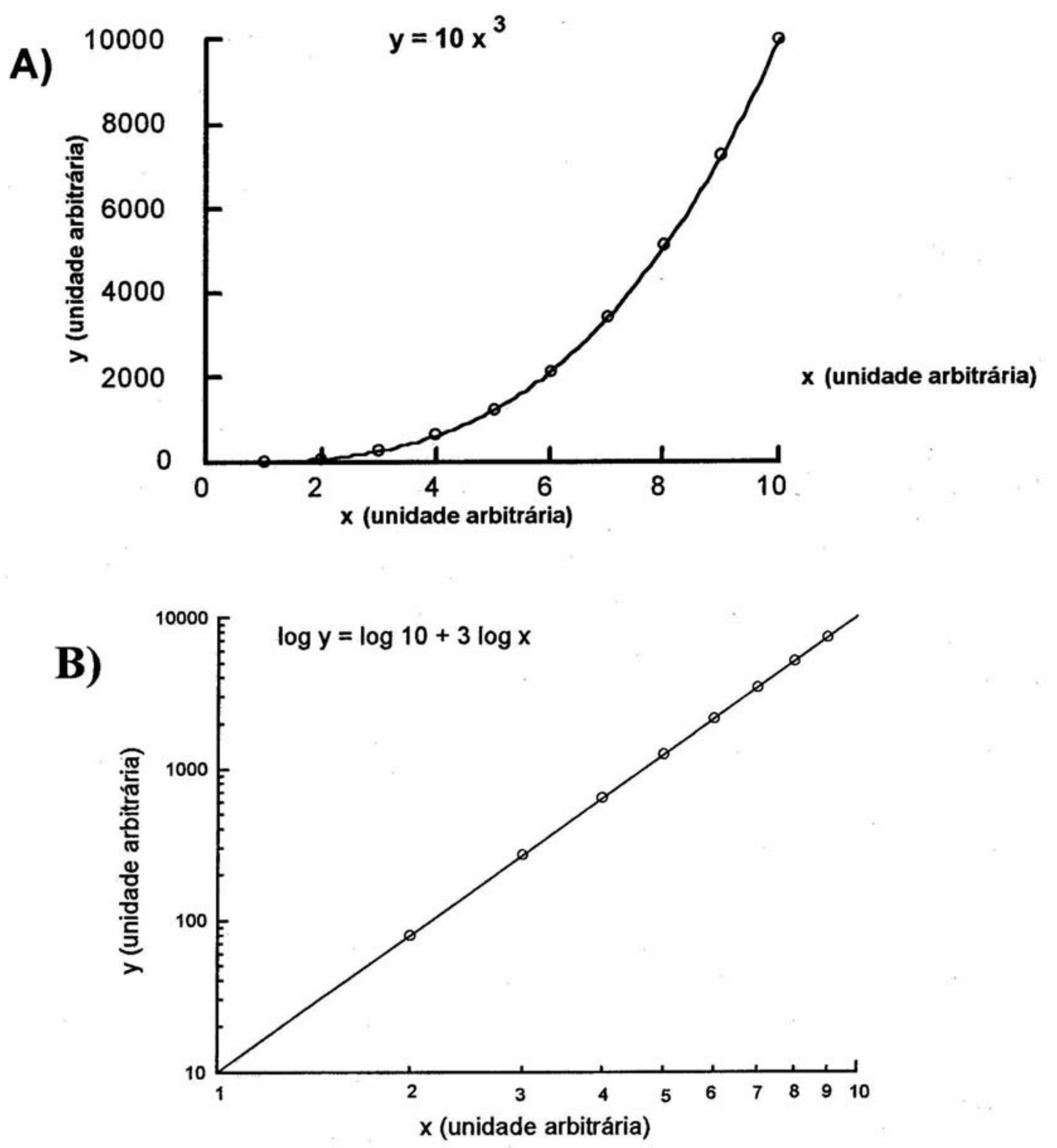


Figura 4: Gráficos em papéis milimetrado (A) e dilogarítmico (B) para a função $y = 10\ x^3$.

Caso 3: Finalmente, existe um terceiro tipo de função que aparecerá no decorrer do curso que é a função exponencial

$$y = a.e^{kx} \qquad (11).$$

Neste caso, fazendo a transformação de coordenadas

$$Y = ln\, y \qquad (12)$$

teremos como resultado a nova função

$$Y = kx + ln\, a \qquad (13)$$

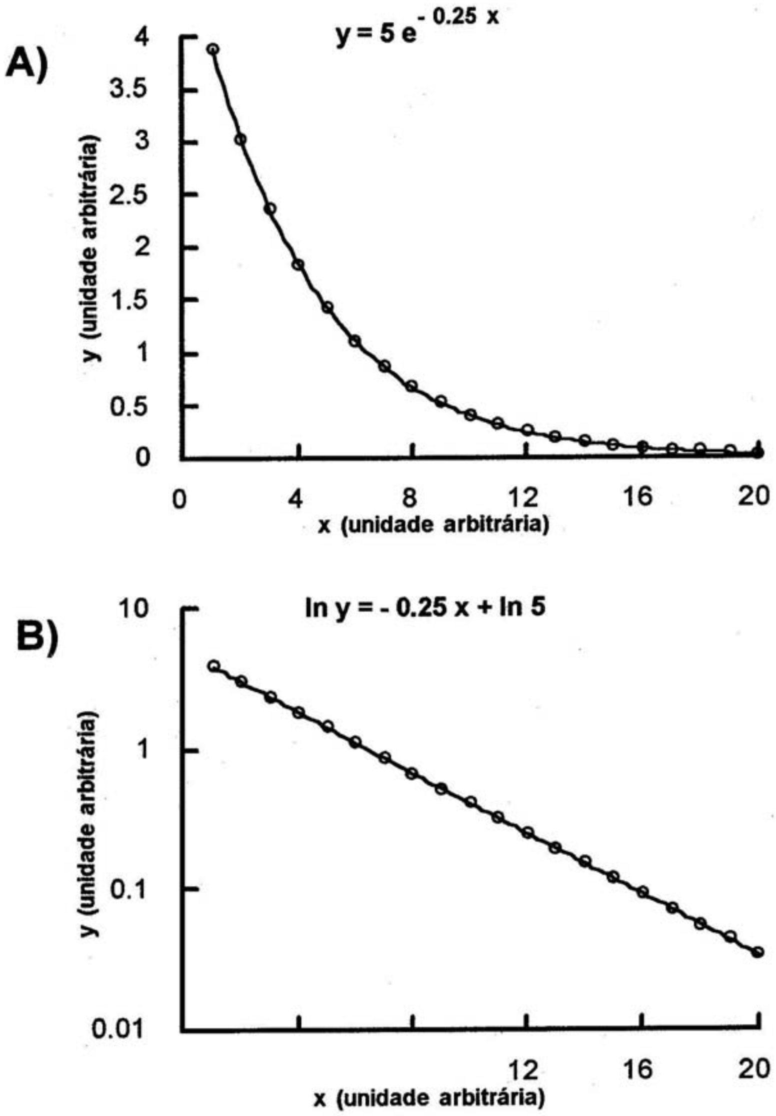


Figura 5: Gráficos em papéis milimetrado (A) e monologarítmico (B) para a função $y = 5.e^{-0.25x}$.

Logo, graficando a função exponencial, Eq. 11, em um gráfico cujo eixo vertical possui escala logarítmica e o horizontal escala linear, ***papel monologarítmico ou monolog***, ela se torna uma reta com coeficiente angular dado pela constante k e coeficiente linear dado por $ln\ a$. Tomemos como exemplo a função exponencial dada por

$$y = 5.e^{-0.25x} \qquad (14)$$

cujos gráficos em papéis milimetrado e monologarítmico estão mostrados na Fig. 5.

Os papéis com escalas logarítmicas, também são convenientes à representação de funções cujos intervalos de definição cobrem diversas potências de 10, sem que necessariamente se tenha uma reta como resultado final.

Determinação dos coeficientes angular e linear de uma reta obtida a partir de dados experimentais

Se aos dados experimentais graficados em um papel qualquer, seja ele milimetrado, monologarítmico ou dilogarítmico, pudermos associar uma reta tal como fizemos na Fig. 2, podemos determinar os valores dos coeficientes angular e linear com o seguinte procedimento:

- Chamemos de A e B os coeficientes angular e linear e de X eY as coordenadas da abscissa e da ordenada, respectivamente. A equação da reta será

$$Y = AX + B \qquad (15),$$

- O **coeficiente angular**, A, da reta será

$$A = \frac{(Y_2 - Y_1)}{(X_2 - X_1)} \qquad (16)$$

onde (X_1, Y_1) e (X_2, Y_2) são pares de pontos ***pertencentes à reta*** previamente escolhida como a melhor reta que se ajusta aos pontos experimentais.

- O **coeficiente linear**, B, da reta corresponde ao valor de Y quando $X = 0$

$$B = Y_3 = Y(X = 0) \qquad (17)$$

Este valor nem sempre pode ser obtido diretamente do gráfico (depende das escalas utilizadas).

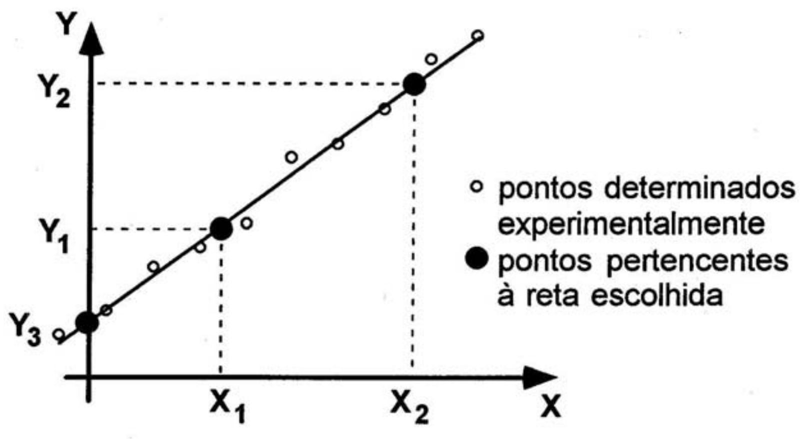


Figura 6: Representação da melhor reta ajustada aos pontos experimentais.

Podemos reescrever as equações 16 e 17, adequando-as aos diferentes tipos de gráficos utilizados: monolog ou dilog.

No caso do papel monolog, sendo o eixo Y com escala logarítmica, podemos escrever as equações 16 e 17 nas formas

$$A = \frac{\left[\log(y_2) - \log(y_1)\right]}{\left(X_2 - X_1\right)} \quad (18)$$

e

$$B = \log(y_3) \quad (19),$$

caso contrário devemos fazer

$$A = \frac{\left(Y_2 - Y_1\right)}{\left[\log(x_2) - \log(x_1)\right]} \quad (20)$$

e

$$B = Y_3 \quad (21).$$

Para o papel dilog, onde os dois eixos são logarítmicos, temos

$$A = \frac{\left[\log(y_2) - \log(y_1)\right]}{\left[\log(x_2) - \log(x_1)\right]} \quad (22)$$

e

$$B = \log(y_3) \quad (23).$$

Em todos os casos, equações 18 a 23, os termos com letras minúsculas, *x* e *y*, representam os dados experimentais antes de sofrerem a transformação logarítmica. As escalas logarítmicas são válidas para qualquer base porém, utilizamos geralmente as bases: 10 e e (número neperiano = 2.73...).

ATENÇÃO: OBSERVAÇÕES IMPORTANTES

1. O coeficiente angular de uma reta só é igual à tangente do ângulo que a reta faz com o eixo das abscissas se as escalas dos dois eixos forem iguais.
2. Coeficiente angulares de retas traçadas em papel milimetrado só são adimensionais se as grandezas representadas nos dois eixos tiverem a mesma dimensão. Em papel di-log os coeficientes angulares são sempre adimensionais. Em papel mono-log sempre têm dimensão. (Procure justificar estas afirmações.)
3. Os pontos (X_1,Y_1) e (X_2,Y_2) devem pertencer à reta. Só utilize pontos da tabela, se estes pontos estiverem sobre a reta (ver Fig. 6).

Regras básicas para utilização de escalas logarítmicas:

- Cada parte entre um "1" e o "1" seguinte de uma escala logarítmica é chamada de ciclo ou década. Quando se passa de um ciclo para o seguinte, aumenta-se uma potência de 10. Números com a mesma potência de 10 pertencem ao mesmo ciclo.
- Papéis com escala logarítmica têm que ser usado "em pé" (oriente-se pelos escritos).
- Os algarismos das escalas logarítmicas só podem ser mudados por potências de 10. Por exemplo, o "3" só pode ser 3, 0.03, 30, 3.10^4, 3.10^5, etc.; 8 só pode ser 8, 800, 0.8, 8.10^{-1}, 8.10^3, etc.

Escolha da base dos logaritmos para calcular o coeficiente angular de uma reta obtida em papel mono-log e di-log:

- Papel di-log: Não importa a base escolhida para os logaritmicos que aparecem na equação (22) desde que a base seja a mesma em todos; pois mudar a base corresponde a dividir tanto o numerador quanto o denominador da eq. (22) pela mesma constante (lembre-se que $log_b\, x = log_c\, b$).
- As escala logarítmicas são construídas de maneira tal que a distância entre dois números de um eixo seja proporcional à diferença entre os seu logaritmos. Por isso se, como é normalmente o caso, os ciclos das ordenadas e das abscissas tiverem mesmos comprimentos, pode-se calcular o coeficiente angular de uma reta obtida em escala di-log de uma maneira mais simples: medir com uma régua a distância entre y_2 e y_1 (l_y) e entre x_2 e x_1 (l_x) e calcular $A = l_y / l_x$. Isto só vale para gráficos di-log (ou para gráficos em escalas lineares em que os dois eixos têm escalas iguais).
- Papel mono-log: Costuma-se utilizar papéis mono-logarítmicos quando se quer verificar uma lei do tipo:

$$y = A\, d^{cx}$$

Por isso recomenda-se usar, como base nos logaritmos da eq. (18), a base da função exponencial procurada, b no caso da equação acima. Isto é $c = \dfrac{\log_b y_2 - \log_b y_1}{(x_2 - x_1)\log_b}$. Assim, o coeficiente angular da reta dará diretamente o valor de c.

Lei de Hooke - Elasticidade

"A deformação é proporcional à força"

Elasticidade é a propriedade que têm os corpos de recuperar sua forma primitiva depois de uma deformação e ao cessarem as forças externas que a provocam. Logicamente, existe um limite para esta propriedade, o qual se denomina limite elástico, que é aquela força externa mínima que pode causar uma deformação permanente do corpo.

Dentro do limite elástico, o resultado da ação de uma força externa, F, sobre um corpo será sempre uma relação linear do tipo

$$F = k\, x \qquad (24)$$

onde k é uma constante que depende da forma do corpo e do material que o constitui.

No caso de uma barra fixa em uma de suas extremidades, tal como na Fig. 7, a constante k pode ser reescrita na forma

$$k = E\frac{d^3 b}{4l^3} \qquad (25),$$

onde E é uma constante que depende do material que a constitui e é denominada *módulo de Young*.

Medidas das Deflexões

As deflexões da barra serão medidas com o sistema representando na Fig. 8: uma escala milimetrada é colocada dentro de um tubo de vidro cuja base é fechada e arredondada. Esta fica sempre em contato com a extremidade livre da barra acompanhando-a quando ela é defletida. A variação da posição do tubo em relação a um ponteiro fixo permite a leitura da deflexão da barra na escala milimetrada.

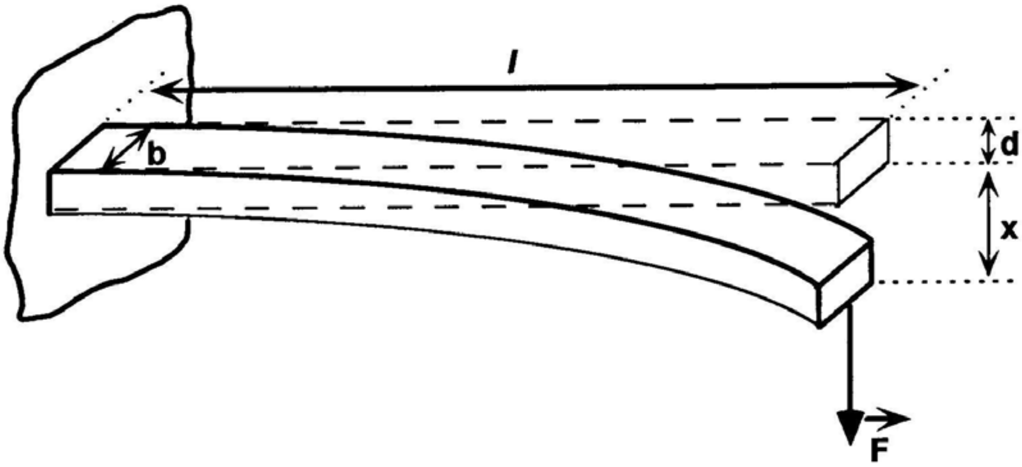


Figura 7: Deformação elástica de uma barra engastada.

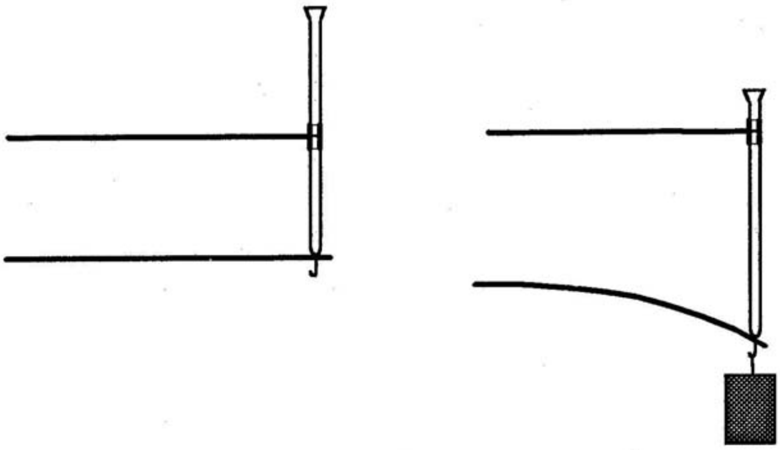


Figura 8: Medida das deflexões.

Autor: Esta apostila foi originalmente escrita pelo Prof. Dietrich Schiel.
Posteriormente foi reescrita e reestruturada pelo Porf. Tito J. Bonagamba em 12/91.

Bibliografia

1. Schaum, D., Física Geral, São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1973.
2. Instrumentos para Metrologia Dimensional: Utilização, Manutenção e Cuidados - Mitutoyo do Brasil Ind. e Com. Ltda.

Exercícios relativos a 2ª Prática

PARA QUE VOCE POSSA APROVEITAR AO MÁXIMO SUA AULA, SUGERIMOS QUE VOCE FAÇA ESSES EXERCICIOS EM CASA ANTES DA REALIZAÇÃO DA AULA.

1. Dada a tabela de pontos:

x (± 0.1)	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0	45.0	50.0
Y (± 1)	0	22	32	39	45	50	55	59	63	67	71

(a) Faça um gráfico y .vs . x dos pontos desta tabela em papel milimetrado (y na ordenada, x na abscissa).

(b) Faça um gráfico y^2 .vs . x também em papel milimetrado.

(c) Faça um gráfico y .vs . x em papel di-log.

(d) Sabendo que a esta tabela de pontos deve-se ajustar uma função do tipo $y(x) = A\,x^{1/2}$, pergunta-se: é possível determinar a constante A a partir de algum(s) dos gráficos acima? Qual(is)? Quanto vale A?

Resp.: A = 10.

2. Considerando a tabela de dados abaixo, construa um gráfico de x contra L^3 em papel milimetrado e outro gráfico de x contra L em papel dilog. Determine a inclinação da reta (coeficiente angular) e o termo constante (coeficiente linear) dos gráficos. Para determinar os coeficientes angular e linear, basta tomar pontos ***da reta traçada*** e seguir o procedimento indicado na apostila. Determine o valor de G a partir dos dois gráficos.

Equação proposta: $x = G * L^3$

Tabela de dados:

L (cm)	x (mm)	L^3 (cm^3)
10	5	1000
20	40	8000
30	135	27000
40	320	64000
50	625	125000
60	1080	216000

3. Em qualquer processo que tenha uma grandeza que decai exponencialmente com o tempo pode-se definir a *meia-vida* desta grandeza: o tempo para que a grandeza passe de um dado valor para a metade desse valor[4].

[4] Um exemplo importante é a desintegração radioativa de núcleos atômicos, onde o número de átomos numa amostra de uma substância radioativa obedece à lei exponencial de desintegração, com meias-vidas que podem variar desde frações de segundo até bilhões de anos, conforme a substância. Este fato é usado nas medidas de tempos muitos remotos, conhecidas como “datação geológica”ou “datação arqueológica”. Você pode encontrar um bom resumo

Suponhamos que a taxa de inflação de um país mantenha-se constante em 15% ao ano.
A tabela abaixo mostra como evoluiria o valor aquisitivo de 1000 unidades monetária (U.M.) em função do tempo.

Ano	1996	1998	2000	2002	2004	2006	2008	2010	2012	2014	2016
(U.M)	1000.0	756.1	571.8	432.3	326.9	247.2	186.9	141.3	106.9	80.8	61.1

A função que descreve este decaimento é:

$$Y(t) = Y_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

onde Y_0 é o valor inicial e $T_{1/2}$ é a meia-vida da nossa moeda hipotética.

Faça um gráfico mono-log dos pontos desta tabela. Você deve obter uma reta. Determine $T_{1/2}$ através da inclinação desta reta. Analise seu resultado para ver se obteve um valor razoável.

Resp.: $T_{1/2}$ ~ 5 anos

disto na seção: *Medida de tempos muito longos* do 1º capítulo do livro *FÍSICA BÁSICA, vol. 1, de H. Moysés Nussenzveig.*

Roteiro da 2ª Prática: Gráficos, Tabelas e Lei de Hooke

Parte I: Engaste uma barra por uma de suas extremidades

(a) Pendure diferentes **pesos, *P***, em sua extremidade livre, meça a deformação da barra na forma de uma régua, *x*, em função do peso *P* utilizado e construa uma tabela de dados da deformação em função do peso. **Sugere-se que a régua seja fixada entre 27 e 28 cm**.
(b) Faça um gráfico, em **papel milimetrado**, de ***P* contra *x*** e trace a melhor reta sobre os pontos do gráfico;
(c) Escolha dois pontos ***da reta*** que não sejam os pontos experimentais e determine seu coeficiente angular;
(d) Determine o valor da constante ***k*** a partir do coeficiente angular obtido no item anterior.
(e) Calcule o valor de ***E*.** Compare com o valor tabelado (≈ **1,7 a 2,1 x 10^{11} N/m^2**). **Discuta os resultados em função dos valores que você obteve.**

Parte II: Pendure um peso fixo na extremidade livre da barra

(a) Meça a deformação da barra, ***x***, em função do comprimento ***l*** e construa uma tabela de dados;
(b) Faça um gráfico, **em papel dilogarítmico**, de ***x* contra *l*** e trace a melhor reta sobre os pontos do gráfico;
(c) Escolha dois pontos ***da reta diferentes dos pontos experimentais***, determine sua inclinação e discuta seu significado através da análise da equação que relaciona as variáveis *x* e *l*;
(d) Construa uma tabela de *x* contra l^3;
(e) Faça um gráfico, **em papel milimetrado**, de *x* contra l^3 e trace a melhor reta sobre os pontos do gráfico;
(f) Escolha dois pontos ***da reta diferentes dos pontos experimentais,*** determine sua inclinação e discuta seu significado baseando-se na equação (24) e (25);
(g) Determine o módulo de Young, ***E***, a partir do coeficiente angular obtido no item anterior. Compare com valor tabelado (≈ 1,7 a 2,1 x 10^{11} N/m^2) e com o valor obtido no item **I(e)**. **Discuta os resultados em função dos valores obtidos. Qual dos métodos (Parte I ou II) mostrou ser o mais preciso na determinação do valor de E?**

Revisada em 11/2009

Universidade de São Paulo
Instituto de Física de São Carlos
Laboratórios de Ensino

3ª Prática: Movimento Unidimensional - Método dos Mínimos Quadrados

Objetivo:

- Ajuste de curvas a dados experimentais através do método dos mínimos quadrados;
- Medida do valor da aceleração da gravidade, g.

Utilizaremos este método para determinar a aceleração gravitacional, *g*, a partir da medida do período de oscilação de um Pendulo Simples (Parte I) e através do estudo do Movimento Retilíneo Uniformemente Acelerado de um corpo deslizando em um plano inclinado (Parte II).

Introdução:

Suponhamos que temos duas grandezas representadas pelas coordenadas cartesianas (x,y), das quais *n* pares de valores (x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n) são determinados experimentalmente.

Suponhamos também que aos *n* pontos correspondentes deve-se na teoria e de fato se ajustar uma reta:

$$y = ax + b \tag{1}$$

Defrontamos nos neste caso com o problema de determinar a equação (isto é, os coeficientes angular e linear) da melhor reta que se ajusta ao conjunto de dados experimentais (os quais estão sujeitos a erros de medida)[5].

As duas maneiras mais usadas para fazer isto são:

- "a olho"
- utilizando o Método dos Mínimos Quadrados, que no caso de retas às vezes é chamado de Regressão Linear.

Ambas tratam de adaptar ao conjunto de pontos obtidos experimentalmente, a reta que mais se aproxime de todos eles.

O método da "a olho" utiliza o bom senso do observador já que ele mesmo terá que ajustar a melhor reta a partir da observação visual do conjunto de pontos (*x*, *y*). Traçada a melhor reta determina-se os valores das constantes *a* e *b* com o seguinte procedimento:

[5] O caso em que a função procurada é uma reta cobre uma grande variedade de situações pois, muitas vezes, tenta-se fazer os gráficos de maneira tal que a relação entre as duas grandezas possa ser expressa como a equação de uma reta. Exemplos:

- $y = cx^n$: em escala log-log
- $y = ca^{\alpha x}$: em escala mono-log
- $y = ax + bx^2$: y/x versus x
- $y = a + b/x^2$: y versus $1/x^2$
- Muitos outros exemplos, dependendo da necessidade.

Mesmo quando o problema não pode ser reduzido ao ajuste de uma reta, pode-se fazer ajustes usando o método do mínimos quadrados. A análise completa pode ser encontrada em livros de cálculo numérico.

$$a = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} \quad \text{(coeficiente angular)} \tag{2}$$

$$b = y_3 \quad \text{(coeficiente linear)} \tag{3}$$

onde y_2 , y_1 , x_2 e x_1 são pontos pertencentes à reta previamente escolhida e y_3 corresponde à leitura no gráfico do valor de y correspondente a $x = 0$. Este procedimento tem a desvantagem de observadores distintos obterem retas com coeficientes angulares e lineares distintos, já que a escolha é subjetiva.

Para evitar o critério individual na determinação das retas, torna-se necessário encontrar matematicamente a "melhor reta ajustada". Isto pode ser feito com o Método dos Mínimos Quadrados em que os valores de a e b são tomados como aqueles para os quais a soma $\sum_{i=1}^{N} [y_i - (ax_i + b)]^2$ é mínima - daí o nome do método.

Quando se faz esta imposição obtém-se para os valores de a e b e seus respectivos erros:

$$a = \frac{N\left(\sum x_i y_i\right) - \left(\sum x_i\right)\left(\sum y_i\right)}{N\left(\sum x_i^2\right) - \left(\sum x_i\right)^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \tag{4}$$

$$\Delta a = \sqrt{\frac{N}{N\left(\sum x_i^2\right) - \left(\sum x_i\right)^2}} \cdot \Delta y = \frac{\Delta y}{\sqrt{\sum (\mathrm{x_i} - \bar{x})^2}} \tag{5}$$

$$b = \frac{\left(\sum y_i\right)\left(\sum x_i^2\right) - \left(\sum x_i y_i\right)\left(\sum x_i\right)}{N\left(\sum x_i^2\right) - \left(\sum x_i\right)^2} = \bar{y} - a\bar{x} \tag{6}$$

$$\Delta b = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N\left(\sum x_i^2\right) - \left(\sum x_i\right)^2}} \cdot \Delta y = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N \sum (x_i - \bar{x})^2}} \cdot \Delta y \tag{7}$$

$$\Delta y = \sqrt{\frac{\sum (ax_i + b - y_i)^2}{(N - 2)}} \tag{8}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} \qquad \bar{y} = \frac{\sum y}{N}$$

y_i(m)	x_i(s)
9.8	0.0
19.4	1.0
30.4	2.0
40.1	3.0
49.7	4.0
60.2	5.0

Para exemplificar o uso do Método dos Mínimos Quadrados tomemos o Movimento Retilíneo Uniforme, MRU, de um corpo para o qual foram determinados a sua posição, y em metros e o intervalo de tempo gasto para atingir tal posição, x em segundos.

Sabemos que a equação horária da posição $y(x)$ de um corpo em MRU é dada por:

$$y = vx + y_0 \tag{9}$$

onde y_0 é sua posição em $x = 0s$ e v é sua velocidade. Como se trata de uma reta, vamos nos utilizar do método dos mínimos quadrados para determinar v e y_0 os quais são equivalentes, respectivamente, aos termos a e b da equação 1.

Podemos determinar os parâmetros a e b a partir das equações 4 e 6

$$a = 10.0743\ m/s$$

$$b = 9.7476\ m$$

Conhecidos a e b podemos determinar seus respectivos erros, a partir das equações (5), (7) e (8):

$$\Delta\, y = 0.380\ m$$

$$\Delta\ \mathrm{a} = 0.0908\ m/s$$

$$\Delta\ \mathrm{b} = 0.2750\ m$$

Deste modo teremos conhecidas a posição inicial do corpo em $x = 0$ s, y_0 , e sua velocidade, v:

$$y_0 = (b \pm \Delta\, b) = (9.7\ \pm\ 0.3)\ m$$

$$v = (a \pm \Delta\, a) = (10.07x \pm 0.09) m/s$$

e a melhor reta a ser ajustada a estes pontos será:

$$y = ax + b = 10.07x + 9.7 \qquad (MKS) \tag{10}$$

Recomendamos fazer em casa, antes da prática:

Repita este procedimento de cálculo efetuando todos os passos algébricos, faça o gráfico dos pontos obtidos experimentalmente em um papel milimetrado e trace a reta definida pelo Método dos Mínimos Quadrados.

No estudo do Movimento Retilíneo Uniformemente Acelerado de um corpo deslizando em um plano inclinado (Parte II), a equação horária é dada por:

$$y = y_0 + v_0 x + \frac{\alpha x^2}{2}$$

onde

$$\alpha = g\ sen\ \theta$$

e θ é a inclinação do plano.

Bibliografia:

1. Spiegel, M. R.; Estatística, São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1984.

Roteiro da 3ª prática:
Movimento Unidimensional - Método dos Mínimos Quadrados

Parte I: Pendulo Simples

(a) Na montagem experimental de um pêndulo simples, **mantendo a massa e a amplitude fixa** (a amplitude num valor pequeno: $10^o < \theta < 15^o$), e sabendo que a relação entre o período (T) e comprimento do pendulo (L) é dada por $T=2\pi(L/g)^{1/2}$, faça a medida do valor do período variando pelo menos 6 (seis) diferentes valores de L. Anote os valores de T e L em uma Tabela. (*para aumentar a precisão da medida, faça 10 medidas do período para cada valor de L*).

(b) Faça um gráfico de ***T*** **contra** ***L*** em um **papel di-logaritmico.**

(c) Determine o valor da aceleração gravitacional (g) bem como seu respectivo erro **utilizando o Método dos Mínimos Quadrados.**

(d) Escreva a equação do período em função do comprimento a partir dos resultados do item c.

(e) Trace sobre o gráfico di-log contendo somente os pontos experimentais obtido no item (b) a reta da equação obtida através do Método dos Mínimos Quadrados (sem as barras de erros).

(f) Discuta os resultados obtidos em termos do valor da aceleração da gravidade encontrado em relação ao valor esperado (9,8 m/s²).

Parte II: Movimento Retilíneo Uniformemente Acelerado

Coloque um carrinho sobre o trilho de ar, estando este inclinado. Deixe o carrinho deslizar livremente e escolha um ponto para representar a origem. A equação horária será dada por

$$y = v_0 x + \frac{\alpha x^2}{2}$$

ou

$$\frac{y}{x} = v_0 + \frac{\alpha x}{2}$$

(a) Anote em uma tabela os valores observados das diversas posições, y_i , bem como dos correspondentes instantes de tempo, x_i .

(b) Faça o gráfico de $\boldsymbol{y_i/x_i}$ contra $\boldsymbol{x_i}$ em um papel milimetrado.

(c) Determine a aceleração do carro (α) bem como seu respectivo erro por meio do Método dos Mínimos Quadrados.

(d) Escreva a equação horária y (x) a partir dos resultados do item c.

(e) Trace a reta obtida pelo Método dos Mínimos Quadrados sobre os pontos já graficados no papel milimetrado.

(f) Calcule o seno do ângulo, θ, de inclinação do trilho.

(g) Determine a aceleração gravitacional, g, com seu erro. Considere o erro do ângulo igual a zero.

(h) Discuta os resultados em termos do valor de g esperado e compare com o valor encontrado na parte I.

Revisada em 11/2009

Universidade de São Paulo
Instituto de Física de São Carlos
Laboratórios de Ensino

4ª Prática: Estática

Objetivos:

- Equilíbrio de um ponto material;
- Tensão máxima suportada por um fio;
- Atrito.

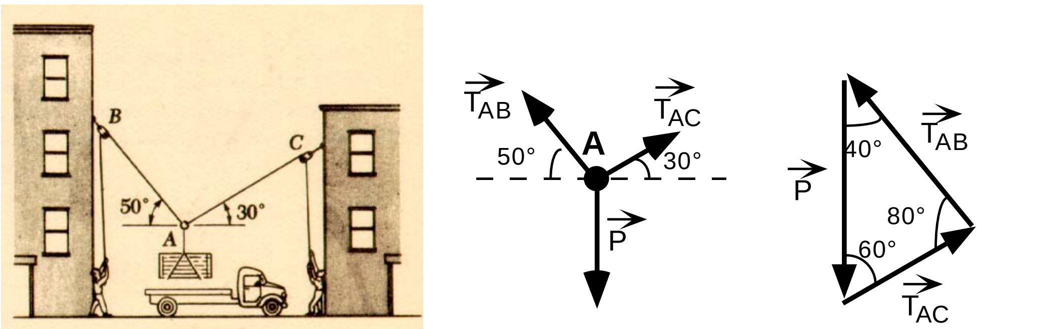
Introdução:

Equilíbrio de um ponto material

Na prática, um problema de *Estática* é derivado de uma situação física real envolvendo corpos rígidos. Um esquema mostrando as condições físicas do problema é conhecido como *Diagrama Espacial*.

Grande número de sistemas físicos que envolvem estruturas reais, corpos rígidos, pode ser reduzido a problemas referentes ao equilíbrio de um ponto material. Isto é feito escolhendo-se um ponto material conveniente e esquematizando-se, em um diagrama separado, todas as forças que sobre ele são exercidas. Tal diagrama é chamado *Diagrama de Corpo Livre*.

Como exemplo, consideremos um caixote de 75 Kg, ilustrado no diagrama espacial da Fig. 1a.



a) Diagrama espacial b) Diagrama de corpo livre c) Triângulo de forças

Figura 1: Diagramas físicos do sistema.

Este caixote estava entre dois prédios e está agora sendo colocado sobre um caminhão, que o removerá. O caixote é suportado por um cabo vertical, unido em A por duas cordas que passam por roldanas fixadas nos prédios, em B e C. Deseja-se determinar a tração em cada uma das cordas AB e AC.

Para resolver este problema é necessário traçar um diagrama de corpo livre que mostre o ponto material em equilíbrio, Fig. 1b. Como se pode ver, o ponto A é adequado para servir como corpo livre para este problema. O diagrama de corpo livre mostra as forças exercidas sobre o ponto A, pelo cabo vertical e as duas cordas. A força exercida pelo cabo vertical está orientada diretamente para baixo e tem intensidade igual ao peso P do caixote:

$$P = mg = 736N \tag{1}$$

As forças exercidas pelas duas cordas não são conhecidas. Como são iguais em intensidade, respectivamente, às trações nas cordas AB e AC, nós as representamos por $\vec{T}_{AB}$ e $\vec{T}_{AC}$, e as traçamos partindo de A nas direções mostradas no diagrama de corpo livre.

Como o ponto A deve estar, por hipótese, em equilíbrio, as três forças exercidas sobre ele devem formar um triângulo fechado, regra do polígono, quando desenhadas de modo que a origem de uma coincida com a extremidade de outra. Este *triângulo de forças* está desenhado na Fig. 1c. As intensidades das trações nos cabos, T_{AB} e T_{AC}, podem ser determinadas trigonometricamente utilizando a *Lei dos Senos*:

$$\frac{T_{AB}}{sen\,60^{o}} = \frac{T_{AC}}{sen\,40^{o}} = \frac{736N}{sen\,80^{o}} \tag{2}$$

onde encontramos

$$T_{AB} = 647N \qquad \text{e} \qquad T_{AC} = 480N \tag{3}$$

Atrito

O seguinte experimento é útil na discussão dos princípios do atrito, quando aplicados a superfícies secas, não lubrificadas. Deixe um bloco de peso W em repouso numa superfície horizontal e suponha que uma força horizontal P seja aplicada ao bloco, como é mostrado na Fig. 2.

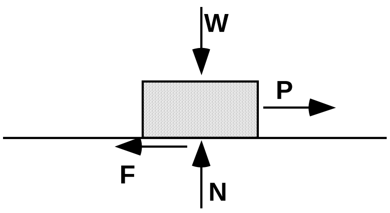


Figura 2: Força de atrito, *F*.

Quando P é zero, o bloco está em equilíbrio e a força de atrito, *F*, também é nula. Quando se atribui a P valores que aumentam gradativamente, sendo insuficientes para causar movimento, a força de atrito, *F*, aumenta correspondentemente, para manter o equilíbrio. Eventualmente, o bloco estará na iminência de mover-se e, neste instante, F alcança seu valor máximo possível:

$$F = \mu_e\, N \tag{4}$$

onde μ_e é o coeficiente de atrito estático e *N* é a força normal de reação da superfície.

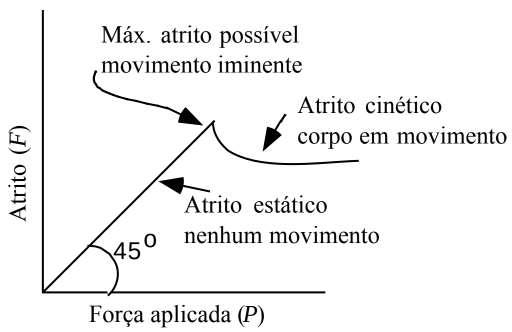
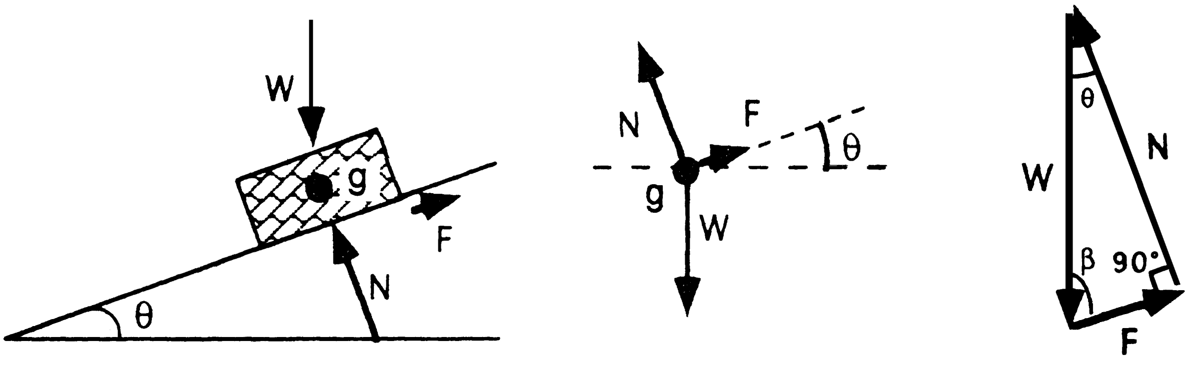


Figura 3: Variação da força de atrito, *F*.

Então, para qualquer aumento de P o bloco entrará em movimento; mas o valor de F não permanece em seu valor máximo, decrescendo rapidamente até atingir um valor cinético que permanece constante, Fig. 3.

Uma experiência simples que pode ser feita para determinar o coeficiente de atrito estático, μ_e, é colocar um bloco de peso W sobre um plano cujo ângulo de inclinação, θ, pode ser aumentado gradualmente de zero até um valor máximo, no qual o bloco está na iminência de deslizar. A Fig. 4 mostra esta condição.



a) diagrama espacial b) diagrama de corpo livre c) triângulo de forças

Figura 4: Iminência de movimento.

Quando o bloco está na iminência de escorregar, a força de atrito, *F*, atinge seu valor máximo dado por

$$F = \mu_e N = \mu_e W \cos \theta \qquad (5).$$

Além disso, como o corpo ainda está em equilíbrio, a força de atrito, *F*, é compensada pela componente do peso, *W*, ao longo do plano inclinado

$$F = W \operatorname{sen} \theta \qquad (6).$$

Conhecendo a inclinação do plano, θ, quando o corpo se encontra na iminência de escorregar, é possível determinar o coeficiente de atrito estático como sendo:

$$\mu_e = tg\ \theta \qquad (7)$$

Quando você realizar esta experiência, notará que o bloco consegue deslizar em uma parte do plano inclinado e não em outra, de onde se concluirá que ao longo do mesmo o atrito varia.

Para fazer em casa, antes da prática: item (c) da parte 1
item (a) da parte 2
demonstre a equação 7

Autor: Tito J. Bonagamba (01/90).

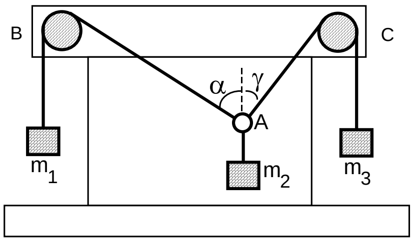
Bibliografia:

1. Beer, F. P.; Johnston Jr, E. R., Mecânica Vetorial para Engenheiros: Estática, Vol. I, São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1980.
2. Singer, F. L., Mecânica para Engenheiros: Estática, São Paulo, Harper & Row do Brasil, 1981.
3. Ramalho Jr., F.; Santos, J. I. C.; Ferraro, N. G. e Soares, P. A. T., Os fundamentos da Física: 1. Mecânica, São Paulo, Editora Moderna Ltda, 1976.

Obs: O texto presente nesta apostila foi retirado na íntegra dos livros citados acima.

Roteiro da 4ª Prática: Estática

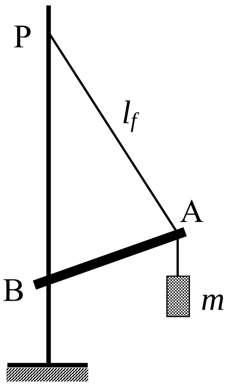
Parte 1



(a) Utilizando um conjunto de três massas, m_1, m_2 e m_3, encontre a posição de equilíbrio[6] da montagem ilustrada na figura ao lado e meça os ângulos α e γ.
(b) A partir desta configuração desenhe o diagrama de corpo livre para o ponto A.
(c) Usando o triângulo de forças e supondo conhecida a massa m_2 escreva as equações que determinam as tensões nos cabos, T_{AB} e T_{AC}
(d) Meça m_2 na balança e, utilizando o resultado do item anterior, determine os valores de m_1 e m_3 . Compare com os valores obtidos para m_1 e m_3 numa balança.
(e) Discuta todos os resultados obtidos.

<u>*Observação*</u>: Fazer $m_1 \neq m_2 \neq m_3$ em pelo menos 10 gr.

Parte 2



Vamos agora determinar a máxima tensão suportada por um fio. A montagem a ser utilizada está esquematizada na figura ao lado: a haste *AB* é articulada por um pino no ponto *B;* o fio está preso à haste, em *A,* e a um "anel" deslizante em *P*.
Para simplificar os cálculos, consideraremos que a massa da haste é desprezível em relação a *m*. Neste caso pode-se mostrar que a força exercida pela haste sobre o ponto *A* tem a mesma direção que ela[7].

(a) Mostre que a tensão do fio é dada por:

$$T = \frac{mgl_f}{\overline{PB}}$$

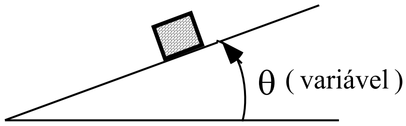
(b) Utilizando a montagem esquematizada ao lado, escolha uma massa *m* e fixe um comprimento para o fio, l_f, (não precisa ser igual ao comprimento da haste mas deve ser medido um pouco antes do seu rompimento)
(c) Varie lentamente a posição do anel *P*, de cima para baixo, até que o fio se rompa e determine o valor de $\overline{PB}$ quando isto acontece. Repita o procedimento pelo menos 5 vezes.
(d) Calcule o valor médio e o desvio médio absoluto da tensão de rompimento do fio e escreva corretamente o resultado final.
(e) Compare com o valor obtido quando se prende o fio na vertical e aumenta-se gradativamente a massa presa à sua extremidade inferior até o rompimento do fio. Este procedimento também deve ser repetido várias vezes para se determinar um valor médio e um desvio médio absoluto.
(f) Discuta os resultados.

Parte 3

---

[6] Para confirmar que não tem efeito de atrito nas roldanas tirar várias vezes do equilíbrio e verificar se volta à mesma posição.

[7] *Se um corpo rígido em equilíbrio está submetido à ação de* forças *que atuam somente em dois pontos, as resultantes das forças em cada ponto devem ter mesmo módulo, mesma linha de ação e sentidos opostos* (ver Beer-Johnston - Estática, seção 4.6 da 3ª ou da 5ª Edição).
Se se despreza o peso da haste, ela está submetida à ação de forças atuando em apenas dois pontos: a força do pino sobre ela e a resultante das duas forças aplicadas sobre ela no ponto *A*. A única possibilidade aqui é que a linha de ação destas "duas resultantes" seja a direção da barra (verifique isto).



Utilizando a montagem esquematizada ao lado vamos determinar o coeficiente de atrito estático, μ, entre duas superfícies em contato.

(a) Escolha uma superfície do bloco de madeira e aumente lentamente a inclinação do plano e determine θ para o qual o bloco começa a deslizar. **Repita o experimento pelo menos 25 vezes**. Para cada valor de θ, calcule μ.. Anote os resultados em uma tabela.

(b) Calcule o valor médio de μ e seu desvio médio absoluto e expresse corretamente o valor de μ com seu erro.

(c) Mude a superfície de contato mantendo a mesma área (sugerimos que seja colocada uma fita crepe sobre a outra superfície de mesma área do bloco) e determine o novo valor de μ e seu desvio médio absoluto. Expresse corretamente o valor de μ com seu erro. **Faça também pelo 25 medidas neste caso.**

(d) Discuta os resultados obtidos em termos da dependência do valor de μ.

Observações:

1. Nas três partes colocar o diagrama de corpo livre, o triângulo de forças correspondente e a dedução da equação utilizada.
2. Utilizar tabelas para apresentar as medidas.
3. Lembrete: o relatório deve ser claro para quem lê o trabalho, não para quem o escreve.

Revisada em 10/2008

Universidade de São Paulo
Instituto de Física de São Carlos
Laboratórios de Ensino

5ª Prática: Conservação da Energia Mecânica - Sistema massa-mola

Objetivo:

- Conceito de Conservação da Energia Mecânica.

Introdução:

A energia mecânica de uma única partícula de massa m, sujeita a forças conservativas, pode ser descrita como a soma de duas parcelas; a primeira, sua energia cinética, $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, e a segunda, sua energia potencial, E_p. Esta última está associada a forças conservativas de diversas origens, tais como: forças gravitacionais e elásticas. Para cada uma delas, tem-se uma expressão particular para a energia potencial da partícula.

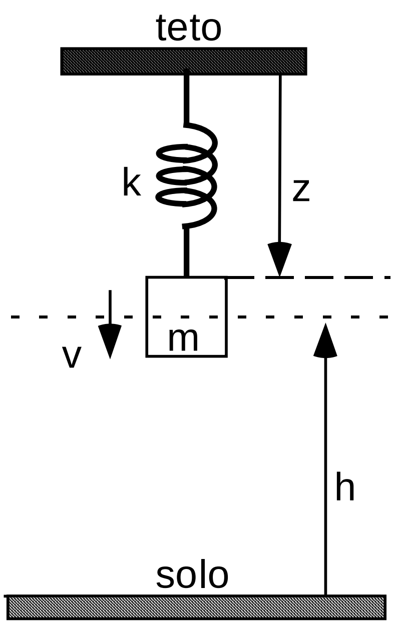


Figura 1: Sistema massa-mola vertical.

Para uma massa presa a uma mola, sua energia potencial é dada por $E_p = \frac{1}{2}kx^2$, onde k é a constante elástica da mola e x é sua elongação. Um outro exemplo seria uma pequena massa m situada a uma pequena altura h do solo, onde sua energia potencial é dada por $E_p = mgh$.

Para uma partícula de massa m, presa a uma mola e situada a uma altura h, tal como esquematizado na Fig. 1, podemos escrever sua energia potencial na forma:

$$E_p = mgh + \frac{1}{2}k(z - z_0)^2 \qquad (1)$$

onde z_0 é o comprimento natural da mola (sem a ação de qualquer massa) e $(z - z_0)$ é a elongação da mola.

Assim, a energia mecânica total, E_t, do corpo de massa m será dada por:

$$E_t = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}k(z - z_0)^2 \qquad (2)$$

Para verificarmos a conservação de energia deste sistema, deveremos medir a energia mecânica total em duas situações distintas e verificar a igualdade entre elas. As situações que nós utilizaremos na prática estão apresentadas na Fig. 2. No caso 1, a partícula parte do repouso, $v_1 = 0$, em sentido ascensional e podemos escrever a energia mecânica total na forma:

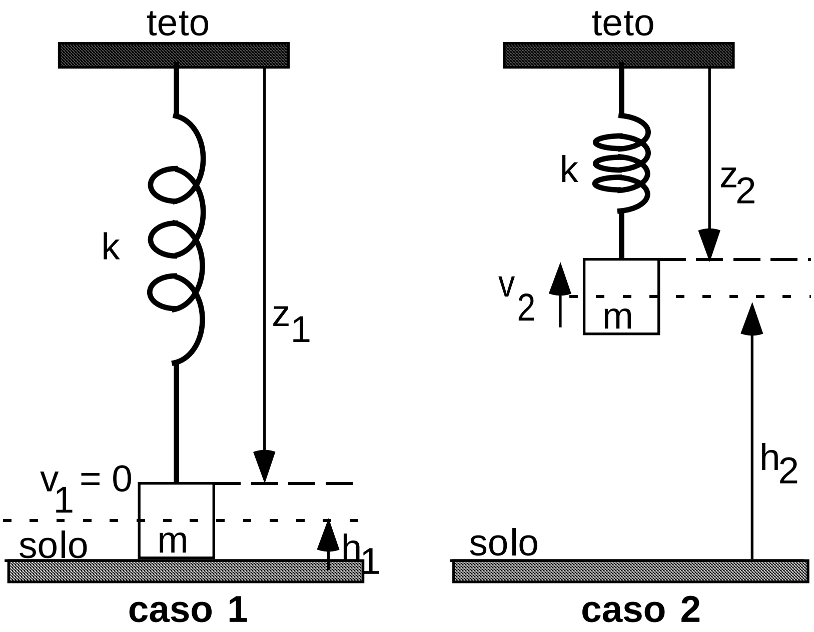


Figura 2: Sistema massa-mola vertical em dois casos distintos.

$$E_{t1} = mgh_1 + \frac{1}{2}k(z_1 - z_0)^2 \qquad (3)$$

No caso 2, a partícula já adquiriu energia cinética e podemos escrever a energia mecânica total como sendo:

$$E_{t2} = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 + \frac{1}{2}k(z_2 - z_0)^2 \qquad (4)$$

Ocorrendo a conservação de energia neste sistema deveremos ter

$$E_{t1} = E_{t2} \qquad (5)$$

Determinação da constante *k* e da elongação natural da mola, z_0 .

Para determinarmos experimentalmente a constante k e o comprimento natural da mola, z_0, utilizaremos o seguinte procedimento. Mediremos o comprimento da mola, z, para diferentes pesos colocados em sua extremidade livre e traçaremos o gráfico do peso empregado, P, contra z, tal como ilustra a Fig. 3.

Por meio do gráfico da Fig. 3, podemos determinar diretamente a elongação natural da mola, z_0, já que esta corresponde à situação onde não há força aplicada sobre a mesma, $P = 0$. Para determinarmos a constante, k, da mola, sabemos que a força peso, P, está relacionada com sua elongação, $(z - z_0)$, da seguinte forma:

$$P = k(z - z_0) \qquad (6)$$

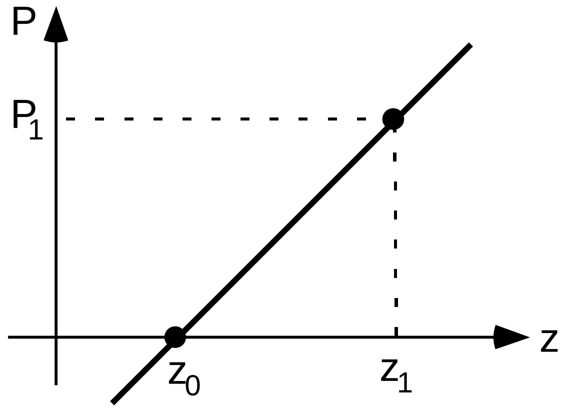


Figura 3: Gráfico do peso aplicado sobre a mola, *P*, contra a posição da partícula de massa *m* a partir do teto, *z*.

$$P = kz - kz_0$$

para $$P = 0 \Rightarrow kz_0 = kz$$

Logo, a constante, *k*, da mola é dada pela inclinação da reta apresentada no gráfico da Fig. 3.

Determinação da velocidade da partícula de massa *m*.

Para completarmos as medidas necessárias para a execução do experimento, falta ainda discutir a determinação da velocidade da partícula no caso 2, v_2.

Para efetuar esta medida, utilizamos um feixe de luz. Quando este é interceptado pelo corpo, um sensor ótico percebe a ausência do feixe e dispara um relógio digital que é desligado quando o corpo abandona o feixe, Fig. 4.

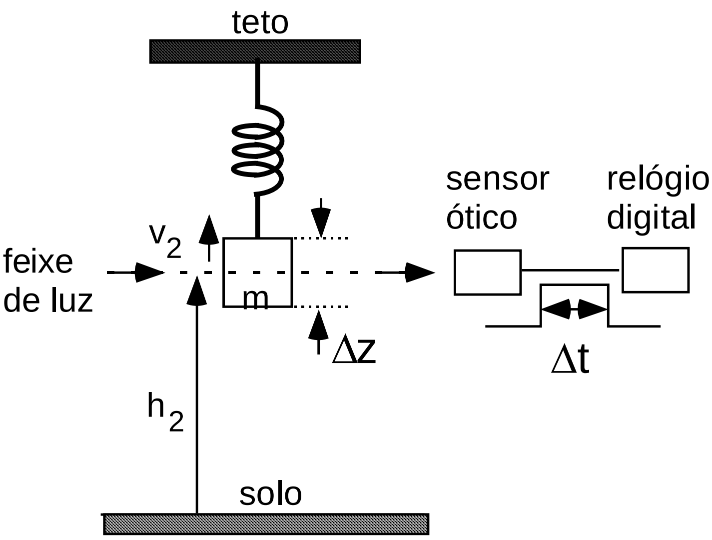


Figura 4: Esquema do sistema de medida da velocidade do corpo de massa *m*.

Desta forma o relógio digital fornece o intervalo de tempo, Δt, durante o qual o corpo interceptou o feixe de luz. Conhecido o comprimento do corpo ao longo da direção de movimento do mesmo, Δz, podemos determinar sua velocidade média em torno da altura $h_2, \bar{v}_2 = \Delta z / \Delta t$. Como o comprimento do corpo e o intervalo de tempo são pequenos, podemos considerar $\bar{v}_2$ como se fosse a velocidade instantânea no ponto de altura h_2, v_2.

Autor: Esta apostila foi originalmente escrita pelo Prof. Renê A.Carvalho.
Posteriormente foi reescrita pelo Prof. Tito J. Bonagamba em 12/91.

OBSERVAÇÕES PRELIMINARES IMPORTANTES:

- Utilizando um fio de prumo marcar no chão, sobre um pedaço de fita crepe, a projeção do ponto por onde a mola está suspensa no teto.
- Para fazer as medidas de z pode-se prender uma trena no teto e deixá-la livre para medir cada z que for necessário.
- **<u>Não</u> usar o centro de massa dos corpos para medir os comprimentos** z **da mola**. Pois, para determinar k e z_0 usaremos corpos de tamanhos diferentes. **Usar outra referência**, por exemplo o fim da mola. Obviamente z_0 dependerá da referência adotada, mas o que importará sempre será (z - z_0); por isso **<u>cuidado</u>: use a mesma referência para todas as medidas de** z.
- Para h, também, o que importa é Δh. Portanto pode-se usar qualquer referência, desde que a mesma para as duas situações (por exemplo o CM do corpo, a parte de baixo do corpo, o fim da mola, etc.).
- **A situação 2 corresponde ao laser incidindo sobre o <u>centro</u> do corpo.**
- Sugerimos o uso de unidades MKS.

I. **Determinação das características da mola:**

- Coloque diferentes massas (5 ou 6) na extremidade livre da mola e meça o valor de z correspondente (ver observações acima).
- Com estes dados, fazer um gráfico como o indicado na Fig. 3, e **<u>determinar a partir do gráfico</u>**, os valores de k e z_0.

II. **Verificação do princípio de conservação da energia mecânica:**

- Meça as grandezas necessárias para escrever a energia mecânica total da situação 1 e calcule esta energia.
- Meça as grandezas necessárias para escrever a energia mecânica total da situação 2 e calcule esta energia.
- Verifique se a energia mecânica é a mesma nas duas situações. Caso não sejam iguais, qual a diferença percentual entre as duas? **Discuta os resultados obtidos em seu relatório**.

Revisada em 10/2008

6ª Prática: Choques Unidimensionais

Objetivos:

- Conservação da quantidade de movimento;
- Utilização de um trilho de ar.

Introdução:

Momento linear ou quantidade de movimento

O momento linear ou quantidade de movimento de uma partícula é um vetor $\vec{p}$ definido como o produto de sua massa, *m*, pela sua velocidade, $\vec{v}$,

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{1}$$

O momento linear, por ser proporcional a velocidade, depende do referencial onde se encontra o observador e, portanto, deve ser especificado. Inicialmente utilizaremos o referencial de laboratório.

Considerando que a aceleração de uma partícula é dada pela derivada temporal de sua velocidade, podemos reescrever a eq. 1 na forma

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad (2),$$

onde $\vec{F}$ é a resultante das forças que atuam sobre a partícula.

Quando a resultante das forças externas é nula, o vetor momento linear da partícula permanece constante

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{ constante} \tag{3}$$

No caso do choque entre duas partículas que não sofrem a ação de forças externas, as únicas forças que agem no sistema são as forças de contato entre os dois corpos. Suponhamos que a Fig. 1 represente o módulo da força que atua em um corpo durante uma colisão, considerando que a mesma tenha direção e sentido constantes. A colisão inicia-se no instante t_a e termina no instante t_d, sendo a força nula antes e depois do choque. Da eq. 2 podemos obter a variação do momento linear $d\vec{p}$ de uma das partículas, em um intervalo de tempo *dt*, durante o qual atua sobre ela a força $\vec{F}(t)$:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_d - \vec{p}_a = \int_{\vec{p}_a}^{\vec{p}_d} d\vec{p} = \int_{t_a}^{t_d} \vec{F}dt = \vec{I} \qquad (4),$$

onde os índices <u>a</u> e <u>d</u> se referem aos instantes imediatamente <u>a</u>ntes e imediatamente <u>d</u>epois do choque, respectivamente. A integral da força no intervalo de tempo durante o qual ela atua é denominada de Impulso, $\vec{I}$, da força. Logo, a variação do momento linear de uma partícula sob a ação de uma força é igual ao impulso.

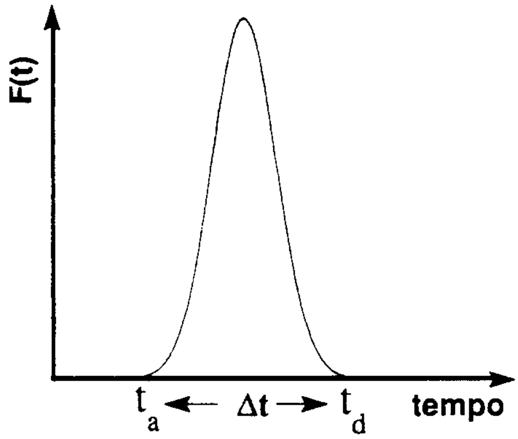


Figura 1: Força atuante sobre cada partícula durante o choque.

Consideremos agora a colisão unidimensional entre duas partículas, de massas m_1 e m_2, como esquematizado na Fig. 2.

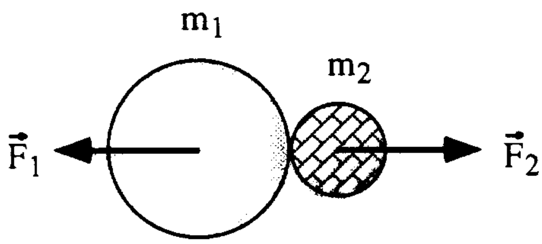


Figura 2: Duas partículas em colisão experimentam a ação de forças iguais e opostas ao longo da linha que une seus centros.

Durante sua rápida colisão, estas partículas exercem entre si forças intensas. Em um dado instante, $\vec{F}_1$ é a força exercida sobre a partícula 1 pela partícula 2 e $\vec{F}_2$ é a força exercida sobre a partícula 2, pela partícula 1. Pela terceira lei de Newton, estas forças têm, em um instante qualquer, módulos iguais e sentidos contrários.

A variação do momento linear da partícula 1, devida ao choque, é

$$\Delta\vec{p}_1 = \vec{I}_1 = \int_{t_a}^{t_d} \vec{F}_1 dt = \overline{\vec{F}}_1 \Delta t = m_1\vec{v}_{1d} - m_1\vec{v}_{1a} \tag{5}$$

onde $\vec{v}_{1a}$ e $\vec{v}_{1d}$ são as velocidades da partícula 1 antes e depois do choque, $\vec{I}_1$ é o impulso da força $\vec{F}_1$ sobre a partícula 1, e $\overline{\vec{F}}_1$ é o valor médio da força $\vec{F}_1$ no intervalo de tempo onde se processa a colisão, $\Delta t = t_d - t_a$. Similarmente, teremos a variação de momento linear da partícula 2 dada por

$$\Delta\vec{p}_2 = \vec{I}_2 = \int_{t_a}^{t_d} \vec{F}_2 dt = \overline{\vec{F}}_2 \Delta t = m_2\vec{v}_{2d} - m_2\vec{v}_{2a} \tag{6}$$

Se outras forças não agirem sobre o sistema, $\Delta \vec{p}_1$ e $\Delta \vec{p}_2$ representarão as variações totais das quantidades de movimento de cada partícula. Como em cada instante, $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$, então teremos $\overline{\vec{F}_1} = -\overline{\vec{F}_2}$ e, por conseguinte,

$$\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2 \qquad (7).$$

Sendo o momento linear total do sistema dado por

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \qquad (8)$$

a variação total do momento linear do sistema, devida à colisão, é nula

$$\Delta\vec{P} = \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = 0 \qquad (9)$$

ou o impulso total sofrido pelo sistema, $\vec{I}$, é nulo

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + I_2 = 0 \qquad (10).$$

Portanto, se não há forças externas agindo sobre as partículas, o momento linear total se conserva na colisão.

Outro modo de se apresentar este resultado é rescrever a eq. 9 na seguinte forma:

$$\vec{p}_{1a} + \vec{p}_{2a} = \vec{p}_{1d} + \vec{p}_{2d} \Rightarrow m_1\vec{v}_{1a} + m_2\vec{v}_{2a} = m_1\vec{v}_{1d} + m_2\vec{v}_{2d} \qquad (11)$$

Um outro referencial importante para se analisar a conservação da quantidade de movimento é o referencial do centro de massa do sistema de partículas. A velocidade do centro de massa de um sistema de duas partículas é dado por

$$\vec{v}_{cm} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \qquad (12).$$

Para um observador situado no centro de massa, as velocidades das partículas 1 e 2, $\vec{u}_1$ e $\vec{u}_2$, serão dadas por

$$\vec{u}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}_{cm} \qquad (13.a)$$

e

$$\vec{u}_2 = \vec{v}_2 - \vec{v}_{cm} \qquad (13.b).$$

Os choques podem ocorrer de três formas distintas:

- choques perfeitamente elásticos;
- choques parcialmente elásticos;
- choques perfeitamente plásticos.

Um choque é dito perfeitamente elástico, quando a energia cinética total do sistema de partículas antes do choque é idêntica àquela posterior ao choque. Um choque é dito perfeitamente plástico, quando as partículas que se chocam se aglutinam em apenas um corpo. Neste caso, ocorre a dissipação da energia cinética em energia térmica devido à colisão plástica, e a energia cinética será menor após o choque. No choque parcialmente elástico, ocorre a dissipação da energia cinética em energia térmica, devido à deformação dos corpos, porém eles não se mantêm “ligados” entre si. Em todos estes casos, apesar da energia cinética não se conservar, o momento linear sempre se conserva, desde que não existam forças externas atuando sobre o sistema.

Para se medir esta eventual perda de energia cinética, existe uma grandeza adimensional denominada *coeficiente de restituição*, e, que relaciona as velocidades relativas de aproximação e afastamento dos corpos antes e depois do choque

$$e = \frac{v_{\text{rel. de afast. depois do choque}}}{v_{\text{rel. de aprox. antes do choque}}} \qquad (14).$$

A tabela a seguir apresenta um resumo sobre as principais grandezas físicas envolvidas nestes 3 tipos de choque.

***e* = COEF. DE RESTITUIÇÃO**		
$e = 0$ Choque Perfeitamente Plástico	$e < 1$ Choque Parcialmente Elástico	$e = 1$ Choque Perfeitamente Elástico
ENERGIA CINÉTICA		
máxima dissipação	dissipação parcial	conserva
QUANTIDADE DE MOVIMENTO		
constante	constante $\vec{p}_A = \vec{p}_D$	constante

Bibliografia:

1. Resnick, R. e Halliday, D.; Física I, Vol. 1, Rio de Janeiro, Ao livro técnico S.A., 1973.
2. Ramalho Jr., F.; Santos. J. I. C., Ferraro, N. G. e Soares, P. A. T.; Os fundamentos da Física: 1. Mecânica, São Paulo, Editora Moderna Ltda, 1976.
3. Ingard, U. e Kraushaar, W. L.; Introduccion al studio de la mecánica, materia y ondas, Barcelona, Editorial Reverté S.A., 1966.

Roteiro da 6ª prática: Choques Unidimensionais

Parte I: Choque elástico entre dois corpos de massas iguais.

a) Utilizando um trilho de ar, faça incidir um carro 1 contra outro carro 2 inicialmente em repouso;
b) Com o auxílio de trenas e cronômetros, determine as velocidades dos carros 1 e 2, antes e depois do choque. Apresente seus resultados na forma da tabela de dados 1 sugerida no final deste roteiro;
c) Verifique a conservação da quantidade de movimento do ponto de vista de um observador situado no referencial de laboratório eq. (9) ou (11);
d) Determine o impulso sofrido por cada carro e o impulso total sofrido pelo conjunto, do ponto de vista de um observador situado no referencial de laboratório. Discuta este resultado (eq. (5) (6) e (10);
e) Considerando que o choque ocorre em um intervalo de tempo $\Delta t = 1.0$ ms, determine a força média que atua em cada carro durante a colisão eq. (5) e (6);
f) Verifique se ocorre a conservação da energia cinética para este choque e calcule o coeficiente de restituição, e. Como você classificaria este choque? $\frac{1}{2}m_1 v_{1a}^2 \overset{?}{=} \frac{1}{2}m_2 v_{2d}^2$;
g) **Repita os itens (c) e (d)** para um observador situado no centro de massa do sistema. Para isto, determine a velocidade do centro de massa, encontre as velocidades dos dois carros, antes e depois do choque, neste referencial e apresente seus resultados na forma da tabela de dados 2 sugerida no final deste roteiro. São estes resultados compatíveis com os obtidos no referencial de laboratório?. Eq. (12), (13a) e (13b).

Parte II: Choque plástico entre dois corpos de massas iguais.

a) Utilizando um trilho de ar, faça incidir o carro 1 contra o carro 2 inicialmente em repouso;
b) Com auxílio de trenas e cronômetros, determine a velocidade dos carros 1 e 2, antes e depois do choque. Apresente seus resultados na forma da tabela de dados 3 sugerida no final deste roteiro;
c) Verifique a conservação da quantidade de movimento do ponto de vista de um observador situado no referencial de laboratório eq. (11);
d) Verifique se ocorre a conservação da energia cinética para este choque e calcule o coeficiente de restituição, e. Como você classificaria este choque?

Tabela de dados 1

Choque elástico analisado no referencial de laboratório			
m_1	espaço percorrido	tempo	velocidade
m_2	$\Delta x (cm)$	$\Delta t (s)$	$\Delta x / \Delta t (cm/s)$
antes do choque			
carro 1			
carro 2			
depois do choque			
carro 1			
carro 2			

Tabela de dados 2

Choque elástico analisado no referencial do centro de massa			
	$v\,(cm/s)$	$v_{cm}\,(cm/s)$	$u\,(cm/s)$
antes do choque			
carro 1			
carro 2			
depois do choque			
carro 1			
carro 2			

$v \Rightarrow$ velocidade no referencial de laboratório
$v_{(cm)} \Rightarrow$ velocidade do centro de massa
$u \Rightarrow$ velocidade no referencial do centro de massa

Tabela de dados 3

Choque plástico analisado no referencial de laboratório			
m_1 =	espaço percorrido	tempo	velocidade
m_2 =	$\Delta x (cm)$	$\Delta t (s)$	$\Delta x / \Delta t (cm/s)$
antes do choque			
carro 1			
carro 2			
depois do choque			
carro 1 + carro 2			

Revisada em 10/2008